

DIE BILDUNG VON INTERSTELLAREN MOLEKÜLLINIEN IN
TURBULENTEN WOLKEN BEI ABWEICHUNG VOM LTE

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung des Doktorgrades
der Naturwissenschaften
vorgelegt beim Fachbereich Physik
der Johann Wolfgang Goethe-Universität
zu Frankfurt am Main

von

MIGUEL A. ALBRECHT

aus

Santiago de Chile

Frankfurt am Main 1986

INHALTSVERZEICHNIS

1. EINLEITUNG

2. SPEKTROSKOPISCHE TURBULENZ

- 2.1 Statistische Beschreibung von Geschwindigkeitsfeldern
- 2.2 Raman-Streuung
- 2.3 Statistische Beschreibung von Dichtefeldern
- 2.4 Rayleigh-Streuung an kleinen Partikeln
- 2.5 Die allgemeine Strahlungstransportgleichung
- 2.6 Numerische Lösungsverfahren
- 2.7 Das Luft-System

3. DAS FOKUSIERUNGS-MODELL UND SEIN NUMERISCHES BEHANDLUNG

- 3.1 Das fokussierte Modell für Moleküllinien
- 3.2 Numerische Struktur und Lösungsmethoden

4. ERGEBNISSE

- 4.1 Verteilungsbereiche und Darstellung
- 4.2

Gedruckt mit Genehmigung des Fachbereichs Physik
der Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt/Main.

5. INTERPRETATION DER BEOBSACHTUNGEN UND SCHLUSSFOLGERUNGEN

- 5.1 Dekan: Prof. Dr. W.H. Kegel
- 5.2 Erstgutachter: Prof. Dr. W.H. Kegel
- 5.3 Zweitgutachter: Prof. Dr. E. Sedlmayr

Tag der mündlichen Prüfung: 28. Mai 1986

INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
1. EINFÜHRUNG	1
2. SPEKTROSKOPISCHE TURBULENZ	5
2.1 Statistische Beschreibung von Geschwindigkeitsfeldern	6
2.2 Markov-Prozesse	9
2.3 Statistische Beschreibung des Strahlungsfeldes	10
2.4 Markov'sche Struktur des Strahlungsfeldes	12
2.5 Die allgemeine Strahlungstransportgleichung	13
2.6 Annahme eines stochastischen Modells	16
2.7 Das NLTE-System	19
3. DAS PHYSIKALISCHE MODELL UND DESSEN NUMERISCHE BEHANDLUNG	26
3.1 Das verwendete Modell für Molekülwolken	27
3.2 Numerische Struktur und Lösungsmethoden	31
4. ERGEBNISSE	38
4.1 Variationsbereiche und Darstellung	38
4.2 Diskussion	43
5. INTERPRETATION DER BEOBACHTUNGEN UND SCHLUSSFOLGERUNGEN	78
5.1 Wolkentyp I: Dunkle Wolken	81
5.2 Wolkentyp II: Wolken mit Sternentstehung	82

5.3	$^{12}\text{I}/^{13}\text{I}$ als Funktion der Korrelationslänge	84
-----	--	----

5.4	Schlussfolgerungen	85
-----	--------------------	----

LITERATURVERZEICHNIS		90
----------------------	--	----

1. EINLEITUNG

Seit der Entdeckung interstellarer Spektrallinien des OH-Moleküls im Radiobereich 1963 hat man eine grosse Anzahl Moleküllinien vorwiegend im Radio- und Submillimeterbereich beobachtet. Hierbei handelt es sich um Emissionslinien, die im allgemeinen wohldefinierten Objekten zuzuordnen sind. Solche Objekte, auch Molekülwolken genannt, stellen eine starke Verdichtung des interstellaren Gases dar. Die beobachteten Linien geben Aufschluss über die in den Wolken herrschenden physikalischen Bedingungen, insbesondere über Temperatur, Dichte und Geschwindigkeitsstruktur des Emissionsgebietes. Da aber im interstellaren Raum mit starken Abweichungen vom lokalen thermodynamischen Gleichgewicht (LTE) zu rechnen ist, ist die genaue Auswertung der Moleküllinien mit grossem theoretischen und numerischen Aufwand verbunden.

Auf Grund der im Linienemissionsgebiet vorhandenen niedrigen Dichten ist nur Dopplerverbreiterung in den Linienprofilen zu erwarten. Bei vorgegebenem

Geschwindigkeitsfeld sind im Prinzip einfach die verschiedenen Beiträge des Feldes zu den Linien zu berechnen. De facto aber sind Geschwindigkeitsfelder in Molekülwolken unbekannt und müssen erst aus den Beobachtungen erschlossen werden, was unter anderem eine extrem hohe Auflösung verlangt. Die gemessenen Linienprofile weisen auf einen stochastischen Charakter des Feldes hin.

Der Einfluss von Turbulenz auf die Linienprofile ist sehr komplex und bisher nur in den Grenzfällen untersucht worden, in denen die Korrelationslänge entweder viel kleiner als die mittlere freie Weglänge der Photonen ist (Mikroturbulenz), oder aber viel grösser als das Gebiet der Linienbildung (Makroturbulenz). Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist, diesen Einfluss bei *endlichen* Korrelationslängen zu studieren.

Beobachtungscharakteristika von Molekülwolken sind ihre phänomenologische Fragmentierung und die sehr breiten Spektrallinien, die von überthermischen Geschwindigkeiten zeugen. Während die fragmentierte Struktur ein deutlicher Hinweis auf Fluktuationen ist, ist man sich in der Literatur keineswegs darüber einig, wie die Linienbreiten zu interpretieren sind: Als eine Folge von systematischer oder von stochastischer Bewegung. Eine zusätzliche Information liefert eine in den letzten Jahren entdeckte statistische Beziehung zwischen den beobachteten Linienbreiten und der Ausdehnung des Linienemissionsgebietes [LAR81, SCA84, STE84, PFP86].

Will man die Wolkenbeobachtungen modellieren, so muss man die Physik des Strahlungstransportes im

Detail verstehen. Das Problem wird durch die nicht lineare Wechselwirkung zwischen Strahlungsfeld und Besetzung der molekularen Energieniveaus bestimmt. Es ist gerade diese Kopplung, die zu Abweichungen vom LTE führt. Die Notwendigkeit, diesen nicht linearen Zusammenhang in den Strahlungstransportberechnungen für Molekülwolken zu berücksichtigen, wurde in den frühen siebziger Jahren erkannt. Das seitdem weitverbreitete Wolkenmodell der grossen Geschwindigkeitsgradienten (Large Velocity Gradients) [GOK74] beruht auf der Annahme systematischer Geschwindigkeitsfelder mit starken Gradienten innerhalb der Wolke, welche in erster Linie durch den Kollaps der Wolke verursacht werden. Dann wechselwirken verschiedene Volumina in der Wolke nicht mehr miteinander, und das Strahlungstransportproblem kann lokal, d.h. für jeden Punkt in der Wolke getrennt gelöst werden. Es folgten genauere Modelle, die eine ausgedehnte Wolkengeometrie, aber nur eine homogene Verteilung für Dichte und Temperatur berücksichtigten. Hier sollte die Arbeit von Leung und Liszt [LEL76] erwähnt werden, in der auch Mikroturbulenz in Betracht gezogen wurde. Kleinskalige stochastische Bewegung bewirkt eine zusätzliche Verbreiterung der Linienprofile, welche der thermischen überlagert ist. Die theoretische Beschreibung dieses Grenzfalles reduziert sich auf das Einführen des entsprechenden Parameters: Die mikroturbulente Geschwindigkeit [LEU78]. Schliesslich sind hier die Strahlungstransportrechnungen von Stenholm [STE80a,b,c] zu erwähnen, die unter Berücksichtigung einer kugelsymmetrischen Geometrie, inhomogener Temperatur- und Dichteverteilungen, systematischer *und* mikroturbulenter Geschwindigkeiten die Beobachtungen

modellieren. Die hier vorgestellten Modelle der verschiedenen Autoren stellen eine Hierarchie in ihrer theoretischen und numerischen Komplexität dar. Turbulente Wirkung auf die Linienprofile wurde bisher jedoch nur im Grenzfall der Mikroturbulenz in Betracht gezogen.

In der vorliegenden Arbeit wird das Strahlungstransportproblem unter Berücksichtigung von stochastischen Geschwindigkeitsfeldern endlicher Korrelationslängen und Abweichungen vom LTE (NLTE) gelöst. Wir haben dabei, um die Rechenzeit in Grenzen zu halten, zunächst ein homogenes Wolkenmodell mit einer planparallelen Geometrie gewählt. Hier wenden wir den von Gail, Sedlmayr und Traving [GST75, GST80] entwickelten Formalismus auf den Strahlungstransport von interstellaren $^{12}\text{C}^{16}\text{O}$ -Linien an. Das CO-Molekül wurde für diese Untersuchung gewählt, da es eines der am meisten beobachteten Moleküle in interstellaren Wolken ist. Ferner zeichnet es sich durch sein einfaches Energieschema und durch das Vorhandensein von Stossübergangswahrscheinlichkeiten aus.

Im nächsten Kapitel fassen wir die theoretischen Grundlagen zusammen, um im darauffolgenden das physikalische Modell und seine numerischen Aspekte zu beschreiben. In Kapitel 4 diskutieren wir die Ergebnisse, um schliesslich in Kapitel 5 auf die Beobachtungen einzugehen.

2. SPEKTROSKOPISCHE TURBULENZ

Der Begriff Turbulenz findet in der Spektroskopie und in der Hydrodynamik unterschiedliche Verwendung.

In der Hydrodynamik spricht man von Turbulenz, wenn sich das System in einem Bewegungszustand befindet, in welchem das Geschwindigkeitsfeld, obwohl durch die Navier-Stokes - Gleichung gegeben, als stochastisch betrachtet werden kann. Solche Zustände treten typischerweise bei Strömungen auf, bei denen die Inertialterme in der Bewegungsgleichung gegenüber der viskosen Dissipation überwiegen. Dies ist der Fall bei hohen Reynolds-Zahlen.

In der Spektroskopie ist dieser Begriff weitaus unbestimmter. Hier ordnet man jede irreguläre, auf andere Weise nicht erklärbare Dopplerverbreiterung der Turbulenz zu, ohne dass das basierende Geschwindigkeitsfeld notwendigerweise im hydrodynamischen Sinne turbulent sein muss.

Die Bewegung des Gases beeinflusst den Strahlungstransport in der einfachsten Näherung durch Doppler-

verschiebungen im Linienprofil. Diese werden von der Geschwindigkeitskomponente hervorgerufen, die parallel zur betrachteten Strahlrichtung steht. Das hat zur Konsequenz, dass die Formulierung des Strahlungstransports in einem bewegten Medium die Vorgabe der Geschwindigkeitsverteilung $v(x,t)$ voraussetzt, welche im Falle von stochastischer Bewegung nur im Rahmen einer statistischen Theorie beschrieben werden kann.

Gail, Sedlmayr und Traving [GST80] haben einen allgemeinen Formalismus entwickelt, um den Linienbildungsprozess in stochastischen Medien zu beschreiben. Im folgenden werden die für diese Arbeit relevanten Ergebnisse dieser Theorie in ihren wesentlichen Teilen zusammengefasst. Eine detaillierte Herleitung lässt sich in den Originalpublikationen finden [GST80, TRA75, GAI79, TRA79]. Es sollte noch bemerkt werden, dass diese Arbeit keinen Beitrag zur Theorie der Turbulenz zu leisten vermag, da hier nur der einseitige Einfluss von Geschwindigkeitsfluktuationen auf den Strahlungstransport betrachtet wird und nicht dessen Rückkopplung auf die Bewegung des Gases.

2.1 STATISTISCHE BESCHREIBUNG VON GESCHWINDIGKEITSFELDERN

Man kann die verschiedenen Bewegungszustände, die entlang eines Sehstrahls auftreten, vollständig durch den unendlichen Satz von Wahrscheinlichkeitsverteilungen

$$\begin{aligned}
 P_1(\vec{x}_1, \vec{v}_1) &= P_1(1) \\
 &\vdots \\
 P_n(\vec{x}_1, \vec{v}_1; \vec{x}_2, \vec{v}_2; \dots; \vec{x}_n, \vec{v}_n) &= P_n(1, \dots, n) \\
 &\vdots
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

definieren [WUH54]. Dabei gibt $P_n(1, \dots, n)$ die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass $\vec{v}_1$ am Ort $\vec{x}_1$, und $\vec{v}_2$ bei $\vec{x}_2, \dots$, und $\vec{v}_n$ bei $\vec{x}_n$ auftritt. Hier hat man angenommen, dass die statistischen Eigenschaften des Systems stationär sind mit der Konsequenz, dass die Verteilungsfunktionen $P_n(1, \dots, n)$ zeitunabhängig sind.

Der Funktionensatz (2.1) stellt eine n-Punkt-Hierarchie dar, bei der die nächste Funktion P_{n+1} den nächst höheren Korrelationsgrad beschreibt. Diese Funktionen erfüllen folgende Bedingungen:

- a) $P_n \geq 0$
- b) $P_1 = \int d^3v_{i+1} \dots \int d^3v_n P_n$ (2.2)
- c) $\int P_1 d^3v_1 = 1$

Die Allgemeingültigkeit dieser Beschreibung lässt sich an zwei Beispielen verdeutlichen:

a) Unkorreliertes Rauschen

Hier sind zwei Messereignisse $(\vec{x}_1, \vec{v}_1)$, $(\vec{x}_2, \vec{v}_2)$ völlig voneinander unabhängig, selbst wenn beide Orte beliebig nahe beieinander stehen. Dann ist $P_2(\vec{x}_1, \vec{v}_1; \vec{x}_2, \vec{v}_2)$ nichts anderes als das Produkt der einzelnen Wahrscheinlichkeiten $P_1(\vec{x}_1, \vec{v}_1)$ und $P_1(\vec{x}_2, \vec{v}_2)$. Analog dazu ist

$$\begin{aligned}
 P_n(1, \dots, n) &= P_1(1)P_1(2)P_1(3) \dots P_1(n) \\
 &= \prod_{i=1}^n P_1(\vec{x}_i, \vec{v}_i)
 \end{aligned}
 \tag{2.3}$$

und die gesamte statistische Information des Systems ist in der Wahrscheinlichkeitsverteilung $P_1(\vec{x}_i, \vec{v}_i)$ enthalten.

b) Absolut deterministischer Fluss:

Auch hier spielt die Entfernung zweier Messpunkte keine Rolle, da die Geschwindigkeitsverteilung $v(x)$ gegeben ist. Es gilt

$$P_n(1, \dots, n) = \prod_{i=1}^n \delta(\vec{v}_i - \vec{v}(\vec{x}_i))$$

Sehr oft wird man Strömungen finden, bei denen eine charakteristische Länge ℓ den Abstand zweier Ereignisse $|\vec{x}_{i+1} - \vec{x}_i|$ definiert, bis zu dem die Geschwindigkeiten $\vec{v}_i$ und $\vec{v}_{i+1}$ noch korreliert sind. Dann gilt

$$P_n(1, \dots, i, i+1 \dots n) = P_i(1, \dots, i) P_{n-1}(i+1, \dots, n)$$

wenn $|\vec{x}_{i+1} - \vec{x}_i| > \ell$ wird.

Man kann leicht sehen, dass das oben genannte Beispiel ($a : \ell \rightarrow 0$) nur als Grenzfall interpretiert werden kann, da aus Kontinuitätsgründen gelten muss

$$\begin{aligned}
 \lim_{x_{i+1} \rightarrow x_i} P_n(1, \dots, i, i+1, \dots, n) &= P_{n-1}(1, \dots, i, i+2, \dots, n) \cdot \\
 &\quad \cdot \delta(\vec{v}_{i+1} - \vec{v}_i),
 \end{aligned}$$

d.h. wenn $\vec{x}_{i+1}$ gegen $\vec{x}_i$ geht, muss auch $\vec{v}_{i+1}$ gleich

$\bar{v}_i$ werden. Man kann jedoch zeigen, dass bei sehr kleinen Skalenlängen das statistische Verhalten des Gases überwiegend von der thermischen Bewegung bestimmt ist - ein Zustand, der durch Wahrscheinlichkeitsverteilungen vom Typ (2.3) gut beschrieben wird.

2.2 MARKOV-PROZESSE

Insofern die gesamte Information über das System in einer 2-Punkt Wahrscheinlichkeitsverteilung gespeichert ist, redet man von einem Markov-Prozess, welcher am besten mit Hilfe der bedingten Wahrscheinlichkeit $P_2(i|i+1)$ definiert werden kann. $P_2(i|i+1)$ gibt die Wahrscheinlichkeit an, bei gegebenen $\bar{v}_i$ am Ort $\bar{x}_i$, $\bar{v}_{i+1}$ bei $\bar{x}_{i+1}$ zu finden. Sie erfüllt die folgenden Beziehungen

$$a) P_2(i|i+1) \geq 0$$

$$b) \int P_2(i|i+1) d^3 v_{i+1} = 1 \quad (2.4)$$

$$c) P_1(i+1) = \int P_1(i) P_2(i|i+1) d^3 v_i$$

und es gilt

$$P_2(i, i+1) = P_1(i) P_2(i|i+1) . \quad (2.5)$$

Markov'sche Prozesse lassen sich dann definieren als solche mit der Eigenschaft

$$P_n(1, \dots, n-1 | n) = P_2(n-1 | n)$$

oder

$$P_n(1, \dots, n) = P_{n-1}(1, \dots, n-1) P_2(n-1|n) . \quad (2.6)$$

Wie man leicht sieht, kann man die allgemeine Wahrscheinlichkeitsverteilung für Markov'sche Prozesse wie folgt schreiben

$$P_n(1, \dots, n) = P_1(1) \prod_{i=1}^{n-1} P_2(i|i+1) \quad (2.7)$$

oder mit (2.5)

$$P_n(1, \dots, n) = \prod_{i=1}^{n-1} P_2(i, i+1) / \prod_{i=2}^n P_1(i)$$

2.3 STATISTISCHE BESCHREIBUNG DES STRAHLUNGSFELDES

Aus Übersichtlichkeitsgründen werden wir zunächst den Strahlungstransportprozess bei gegebenen Senken und Quellen des Feldes behandeln und uns später der nicht-linearen Kopplung bei NLTE zwischen Strahlungsfeld und statistischer Besetzung der molekularen Energieniveaus widmen.

Im allgemeinen ändern sich mit der Geschwindigkeit die Absorptions- und Emissionseigenschaften des Mediums. Das führt dazu, dass bei Vorliegen eines stochastischen Geschwindigkeitsfeldes auch die Intensität eine Zufallsfunktion des Ortes wird. Man führt daher, analog zu (2.1), n-Punkt-Wahrscheinlichkeitsverteilungen ein, die den gemeinsamen Prozess $(\vec{x}, \vec{v}, I)$ beschreiben. Doch seien dazu folgende Überlegungen vorausgeschickt:

- a) Aus der physikalischen Struktur des Strahlungstransports ergibt sich, dass nur Wahrscheinlichkeitsverteilungen von Interesse sind, bei denen

die Referenzpunkte x_i ($i=1, \dots, n$) eine geordnete Sequenz entlang des betrachteten Strahls mit der Ausbreitungsrichtung $\vec{s}$ ($\vec{x}_i = \sum_j x_j \vec{s}$) bilden.

- b) Da die Dopplerverschiebung nicht von transversalen Geschwindigkeitskomponenten abhängt, geht bei vorgegebener Richtung $\vec{s}$ nur die parallele Komponente $v_{\parallel}$ in die Strahlungstransportgleichung ein. Das heisst, man betrachtet nicht die allgemeine Wahrscheinlichkeitsverteilung (2.1), sondern vielmehr

$$P_n(x_1, v_{1\parallel}; \dots; x_n, v_{n\parallel}; \vec{s}) = \int d^2 v_{1\perp} \dots d^2 v_{n\perp} P_n(1, \dots, n)$$

Das System wird dann, bei gegebener Frequenz ν und Sehstrahlrichtung $\vec{s}$, durch den Funktionensatz

$$\begin{aligned} P_1(1) &= P_1(\nu, \vec{s}; x_1, v_1, I_1) \\ \cdot & \\ P_n(1, \dots, n) &= P_n(\nu, \vec{s}; x_1, v_1, I_1, \dots, x_n, v_n, I_n) \end{aligned} \quad (2.8)$$

statistisch beschrieben. Dabei gibt $P_n(1, \dots, n)$ die Wahrscheinlichkeit an, die Geschwindigkeit v_1 und die Intensität I_1 am Ort x_1 zu finden, und v_2 und I_2 bei $x_2, \dots$ und v_n und I_n bei x_n . Die analogen Beziehungen zu (2.2) lassen sich hier in der Form

a) $P_n \geq 0$

b) $P_i = \int dI_{i+1} \dots dI_n \int d^3 v_{i+1} \dots d^3 v_n P_n$

c) $\int dI_1 \int d^3 v_1 P_1(1) = 1$

schreiben.

Im folgenden werden wir in unsere Notation, wie schon bei der Einführung von $P_n(1, \dots, n)$ einfach v_1 anstelle von v_{11} schreiben und den Vektor $\hat{s}$ fallen lassen.

2.4 MARKOV'SCHE STRUKTUR DES STRAHLUNGSFELDES

Wir behandeln die Emissions- und Absorptionsprozesse in der Näherung, in welcher die Übergangswahrscheinlichkeiten *nur* von den Wellenfunktionen der am Prozess beteiligten Zustände abhängen. Dann ist die Wellenfunktion des Ausgangszustandes statistisch unkorreliert zu der Vorgeschichte des Prozesses. Dieser wird mikroskopisch von einer 2-Punkt-Wahrscheinlichkeitsverteilung beschrieben.

Makroskopisch gesehen bedeutet diese Näherung, dass bei vorgegebenen Geschwindigkeiten $v_1, \dots, v_n$ und vorgegebener Intensität I_{n-1} am Ort x_{n-1} die Wahrscheinlichkeit, I_n am Ort x_n zu finden, nur von den Quellen und Senken im Strahlungsfeld *zwischen* x_{n-1} und x_n abhängt, aber *nicht* von der Vorgeschichte der Ereignisse (I, v) entlang des Strahls.

Anhand dieser Überlegungen lässt sich zeigen [GST80], dass die n -Punkt-Wahrscheinlichkeitsverteilung (2.8) die Gestalt

$$P_n(1, \dots, n) = P_1(1) \prod_{i=1}^{n-1} P_2(i|i+1) \cdot P_n(1, \dots, n) / P_1(1) \prod_{i=1}^{n-1} P_2(i|i+1) \quad (2.9)$$

annimmt. Dabei wurden die bedingten Wahrscheinlichkeiten

$$P_2(i|i+1) = P_2(i,i+1)/P_1(i) \quad (2.10)$$

$$P_2(i|i+1) = P_2(i,i+1)/P_1(i)$$

eingeführt. $P_2(i|i+1)$ erfüllt analoge Eigenschaften zu (2.4), wobei (2.4c) wie folgt geschrieben werden kann

$$\int dI_i \int dv_i P_1(i) P_2(i|i+1) = P_1(i+1) \quad (2.11)$$

Aus dieser Beziehung wird ersichtlich, dass bei gegebenem $P_1(1)$ die vollständige Information über das Strahlungsfeld in P_2 beinhaltet ist. Die Abweichung von P_n von einer Markov'schen Struktur geht allein auf die nicht-Markov'sche Struktur des Geschwindigkeitsfeldes zurück.

2.5 DIE ALLGEMEINE STRAHLUNGSTRANSPORTGLEICHUNG

Bei Strahlungstransportproblemen interessiert man sich am stärksten für den Erwartungswert der Intensität in Abhängigkeit des Ortes entlang des Sehstrahls $\langle I(x) \rangle$, und zwar weil er eine direkte Beobachtungsgrösse ist. In unserer Beschreibung ist er durch das erste Moment von $P_1(x,v,I)$ bezüglich der Intensität

$$\langle I(x) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} dv \int_0^{\infty} I P_1(x,v,I) dI \quad (2.12)$$

gegeben.

Es hat sich gezeigt, dass das Einführen der Grösse

$$Q(x,v) = \int_0^{\infty} I P_1(x,v,I) dI \quad (2.13)$$

für welche eine allgemeine Transportgleichung hergeleitet wird, das Problem gegenüber der direkten Berechnung von $\langle I \rangle$ oder P_1 wesentlich vereinfacht.

Will man den Strahlungstransport in Anwesenheit von stochastischen Geschwindigkeitsfeldern berechnen, so muss man eine Transportbeziehung zwischen $P_1(x_i; v, I)$ und $P_1(x_{i+1}; v, I)$ angeben. Sie kann wie folgt hergeleitet werden [GST80].

Wir betrachten eine beliebige Realisierung des Geschwindigkeitsfeldes zwischen den Orten x_0 und x_L mit vorgegebenen Geschwindigkeiten $v_0 = v(x_0)$, $v_L = v(x_L)$ und nähern die Quellfunktion $S(x, v)$, den Absorptionskoeffizient $\kappa(x, v)$ und $v(x)$ durch Stufenfunktionen mit N Intervallen. Wenn die Intensität $I_L = I(x_L)$ bekannt ist, dann ist

$$I_0 = I(x_0) = I_L \exp \left\{ \sum_{i=1}^N \kappa_i \Delta x_i \right\} - \sum_{j=1}^N \kappa_j S_j \exp \left\{ \sum_{i=1}^j \kappa_i \Delta x_i \right\} \Delta x_j \quad (2.14)$$

mit $\kappa_i = \kappa(x_i, v_i)$, $S_i = S(x_i, v_i)$ und $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$. Diese Realisierung des Geschwindigkeitsfeldes tritt mit der Wahrscheinlichkeit $P_{n+1}(x_0, v_0, I_0; \dots; x_L, v_L, I_L)$ auf.

Man bildet anschliessend das Ensemblemittel und lässt die Stufenfunktionen gegen die wahren Funktionen $S(x, v)$, $\kappa(x, v)$ und $v(x)$ konvergieren. Man bekommt (siehe Details in [GST80])

$$P_1(x_L, v_L, I_L) = \int dv_0 \dots \int dv_{L-1} \{ P_{n+1}(0, \dots, L) / P_1(0) \} \cdot \exp \left(\sum_{i=1}^N \kappa_i \Delta x_i \right) P_1(x_0, v_0, I_0) \quad (2.15)$$

Hierbei stellt die Grösse $\{P_{N+1}(0, \dots, L)/P_1(0)\}$ die Wahrscheinlichkeit dar, die Geschwindigkeiten v_i entlang x_i ($i=1, \dots, L$) bei bekannter Geschwindigkeit $v_0 = v(x_0)$ zu finden.

Um eine Gleichung für $Q(x, v)$ herzuleiten, multipliziert man (2.15) mit I_L und integriert über I . Durch Einsetzen von (2.14) bekommt man

$$Q(x_L, v_L) = \int dv_0 \dots \int dv_{L-1} \{P_{N+1}(0, \dots, L)/P_1(0)\} \cdot \quad (2.16)$$

$$\exp - \sum_{i=1}^N \Delta \tau_i \{Q(x_0, v_0) + \sum_{j=1}^N \Delta \tau_j S_j \exp(\sum_{i=1}^j \Delta \tau_i) P_1(0)\}$$

mit $\Delta \tau_i = \kappa_i \Delta x_i$ und $\int P_1(x_i, v_i, I_i) dI = P_1(i)$.

Die Reihenentwicklung der Exponentialfunktionen und der anschliessende Grenzwertprozess $N \rightarrow \infty$ liefern letztlich

$$Q(x_L, v_L) = \int dv_0 Q(x_0, v_0) E(x_0, v_0; x_L, v_L) + \quad (2.17)$$

$$+ \int_{x_0}^{x_L} ds \int dv_s P_1(s, v_s) \kappa(s, v_s) S(s, v_s) E(s, v_s; x_L, v_L)$$

mit

$$E(0; L) = P_2(0|L) + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \int_{x_0}^{x_L} ds_1 \dots \int_{x_{n-1}}^{x_L} ds_n \quad (2.18)$$

$$\times \int dv_1 \dots \int dv_n \{P_{n+2}(0, \dots, n+1)/P_1(0)\} \prod_{\mu=1}^n \kappa(s_{\mu}, v_{\mu})$$

2.6 ANNAHME EINES STOCHASTISCHEN MODELLS

Die Gleichungen (2.17) und (2.18) beschreiben das Anfangswertproblem des Strahlungstransports für Geschwindigkeitsfelder allgemeinsten Struktur. Sie können nur bei Vorgabe einer bestimmten Feldstruktur, d.h. Korrelationsgrad $P_n(1, \dots, n)$, $P_1(0)$, zur Untersuchung herangezogen werden.

Im Falle des interstellaren Mediums ist man auf Grund einer fehlenden Turbulenztheorie nicht in der Lage, stochastische Felder derart präzise zu definieren. Leung hat 1978 [LEU78] den einfachsten Fall, den mikroturbulenten Fall, untersucht. Mikroturbulenz wird durch Wahrscheinlichkeitsverteilungen vom Typ (2.3) beschrieben. Hier erhält man

$$E = P_1(s, v_s) \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\langle \tau \rangle^n}{n!} \right\} \quad (2.19)$$

$$= P_1(s, v_s) e^{-\langle \tau \rangle}$$

mit

$$\langle \tau_L \rangle = \int_{x_0}^{x_L} \langle \kappa(s) \rangle ds \quad (2.20)$$

und

$$\langle \kappa(s) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \kappa(s, v_s) P_1(s, v_s) dv_s \quad (2.21)$$

Durch Einsetzen von (2.19) in (2.17) und anschließende Integration über v erhält man das für den mikroturbulenten Fall wohlbekannte Ergebnis

$$\begin{aligned} \langle I(\mathbf{x}_L) \rangle &= \langle I(\mathbf{x}_0) \rangle e^{-\langle \tau_L \rangle} + \\ &+ \int_{\mathbf{x}_0}^{\mathbf{x}_L} ds \int dv_S P_1(s, v_S) \kappa(s, v_S) S(s, v_S) \exp\{-\langle \tau_L - \tau_S \rangle\} \end{aligned} \quad (2.22)$$

Im nächstkomplexeren Modell wird das Geschwindigkeitsfeld durch eine 2-Punkt-Wahrscheinlichkeitsverteilung beschrieben. Das System besitzt ein "Kurzzeitgedächtnis": Der Übergang von einem Zustand (v_i) zu einem anderen (v_{i+1}) hängt nicht von der Vorgeschichte ab. Unter Benutzung von Gleichung (2.7) bekommt man hier

$$\begin{aligned} E(0; L) &= P_2(0|L) + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \int_{\mathbf{x}_0}^{\mathbf{x}_L} ds_1 \dots \int_{\mathbf{x}_{n-1}}^{\mathbf{x}_L} ds_n \int dv_1 \dots \int dv_n \times \\ &\times \prod_{\mu=1}^n \kappa(s_{\mu}, v_{\mu}) P_2(\mathbf{x}_{\mu-1}, v_{\mu-1} | \mathbf{x}_{\mu}, v_{\mu}) P_2(\mathbf{x}_{\mu}, v_{\mu} | \mathbf{x}_L, v_L) \end{aligned} \quad (2.23)$$

und

$$\frac{\partial Q(\mathbf{x}_0, v_0)}{\partial \mathbf{x}_0} = \int dv_0 \left[\lim_{\mathbf{x}_L \rightarrow \mathbf{x}_0} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}_L} P_2(0|L) \right] Q(\mathbf{x}_0, v_0) - \quad (2.24)$$

$$- \kappa(\mathbf{x}_0, v_0) \{ Q(\mathbf{x}_0, v_0) - P_1(\mathbf{x}_0, v_0) S(\mathbf{x}_0, v_0) \} ,$$

wobei die Herleitungsdetails in [GST80] gegeben werden.

Wir werden in dieser Arbeit Gail et al. [GEA74] in der Annahme folgen, dass das Geschwindigkeitsfeld durch einen Markov-Gauss'schen Prozess beschrieben werden

kann. Angesichts unseres fehlenden Wissens über die wahre Feldstruktur lässt sich diese Näherung als ein erster Schritt zu einer genaueren Beschreibung hin betrachten. In diesem Modell bekommt man Gauss'sche Wahrscheinlichkeitsverteilungen [WUH54].

$$P_1(x, v) = (2\pi\sigma^2)^{-1/2} \exp\left\{-\frac{v^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (2.25)$$

und

$$P_2(x_1 v_1; x_2 v_2) = (2\pi\sigma^2)^{-1} (1-\rho^2)^{-1/2} \exp\left\{-\frac{v_1^2 + v_2^2 - 2\rho v_1 v_2}{2\sigma^2(1-\rho^2)}\right\} \quad (2.26)$$

Dabei ist $\sigma^2 \equiv \langle v^2 \rangle$ die mittlere Turbulenzgeschwindigkeit, die konstant über den gesamten Sehstrahl angenommen wird. Weiterhin ist die Korrelationsfunktion ρ durch

$$\rho(x_2 - x_1) = \frac{\langle v_1 v_2 \rangle}{(\langle v_1^2 \rangle \langle v_2^2 \rangle)^{1/2}} \quad (2.27)$$

gegeben. Andererseits gilt auf Grund der Markov'schen Faktorisationsbedingung (2.7)

$$\rho(x_3 - x_1) = \rho(x_2 - x_1) \rho(x_3 - x_2)$$

was zur einzig nicht trivialen Lösung

$$\rho(s) = \exp\left\{-\frac{|s|}{\ell}\right\} \quad (2.28)$$

führt. Dadurch wird die für das Feld charakteristische Länge ℓ eingeführt, welche die Entfernung zweier Punkte angibt, bei der die Geschwindigkeiten mit $1/e$ korreliert sind.

Mit den Wahrscheinlichkeitsverteilungen (2.25, 2.26) erhält man letztlich eine Fokker-Planck-Gleichung für Q

$$\frac{\partial Q}{\partial \mathbf{x}} = \frac{1}{\ell} \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \left[\mathbf{v} + \sigma^2 \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \right] Q - \kappa(Q - P_1 S) \quad (2.29)$$

2.7 DAS NLTE-SYSTEM

In den vorherigen Abschnitten haben wir einen Formalismus zusammengefasst, der den Strahlungstransport in einem turbulenten Medium bei vorgegebener Quellfunktion $S(\mathbf{x}, \mathbf{v})$ und vorgegebenem Absorptionskoeffizienten $\kappa(\mathbf{x}, \mathbf{v})$ beschreibt. Da die mittlere freie Weglänge der Photonen jedoch von der Korrelationslänge im Geschwindigkeitsfeld abhängt, erwartet man Abweichungen vom lokalen thermodynamischen Gleichgewicht, die sowohl von der mittleren Turbulenzgeschwindigkeit wie auch von der charakteristischen Korrelationslänge abhängen. Es gilt [KEG75]^{*}

$$S_{ij}(\mathbf{x}, \vec{\mathbf{v}}) = \frac{2h\nu_{ij}^3}{c^2} n_j(\mathbf{x}, \vec{\mathbf{v}}) \left[\frac{g_j}{g_i} n_i(\mathbf{x}, \vec{\mathbf{v}}) - n_j(\mathbf{x}, \vec{\mathbf{v}}) \right] \quad (2.30)$$

$$\kappa_{ij}(\mathbf{x}, \vec{\mathbf{v}}) = \phi_{ij}(\nu) \frac{h\nu_{ij}}{c} B_{ij} \left[\frac{g_j}{g_i} n_i(\mathbf{x}, \vec{\mathbf{v}}) - n_j(\mathbf{x}, \vec{\mathbf{v}}) \right] \quad (2.31)$$

^{*} Dies sind allgemein bekannte Ausdrücke, die auch in anderen Monographien zu finden sind (siehe z.B. [MIH78]). Wir folgen hier jedoch der Notation von [KEG75].

Dabei sind:

n_i := Besetzungszahl des Niveaus i

$h\nu_{ij}$:= Energiedifferenz der beiden Niveaus

B_{ij} := Einstein'sche Übergangswahrscheinlichkeit
für stimulierte Emission

ϕ_{ij} := Linienprofilfunktion

Die Profilfunktion ist, unter der Annahme von vollständiger Wiederverteilung, gleich für Emissions- und Absorptionsprozesse

$$\phi_{ij} = \phi_{ji} \equiv \phi ,$$

sie erfüllt ferner die Normierungsbedingung

$$\int_0^{\infty} \phi(\nu) d\nu = 1 .$$

Die Besetzungszahlen werden in Abwesenheit von stochastischen Geschwindigkeitsfeldern durch die üblichen Ratengleichungen gegeben.

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \nabla(n_j \vec{v}) \equiv r_j =$$

$$= \sum_{i \neq j} \{n_i (C_{ji} + A_{ji}) - n_j (C_{ij} + A_{ij})\} + \quad (2.33)$$

$$+ \sum_{i \neq j} (n_i B_{ji} - n_j B_{ij}) \frac{4\pi}{c} \langle \phi I_s \rangle$$

mit

C_{ij} := Übergangswahrscheinlichkeit für Stossprozesse

A_{ij}, B_{ij} := Einstein'sche Koeffizienten für Strahlungsprozesse

I_s := Intensität bei Strahlrichtung $\vec{s}$.

Hier ist

$$\langle \phi I_s \rangle = \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty \int_\Omega \phi(\nu) I_s(\nu) d\Omega d\nu \quad (2.34)$$

die über Raumwinkel Ω und Frequenz gemittelte Intensität.

Die Zeitskala für hydrodynamische Prozesse ist, ausser in Schockwellen, viel länger als die Zeitskala für den Strahlungstransport, so dass man in guter Näherung statistisches Gleichgewicht ($r_j = 0$) annehmen kann [GST75]. Die Lösung des homogenen Systems (2.33) ist dann mit Hilfe der Bedingung der Teilchenerhaltung

$$\sum_j n_j - n_{CO} = r = 0 \quad (2.35)$$

eindeutig bestimmt. Dabei ist n_{CO} die Teilchendichte des betrachteten Moleküls, in unserem Fall CO.

Der nächste Schritt ist nun die Erweiterung des Formalismus, wie er in [GST80] entwickelt wurde. Man stellt fest, dass auf Grund der Kopplung (2.24) zwischen mittlerer Intensität und den Besetzungszahlen, letztere auch als Zufallsvariable betrachtet werden müssen. Wir folgen [GST75] und verlangen, dass die Ratengleichungen in jedem Volumenelement im Koordinaten- und im Phasenraum d^3x, d^3v erfüllt sein müssen.

Wir haben in Abschnitt 2.4 gesehen, dass der Strahlungstransport entlang eines Sehstrahls bei vorgegebenem $S(x, \nu)$ und $\kappa(x, \nu)$ ein Markov'scher Prozess ist. Diese Situation ändert sich im NLTE-Fall, wie von [FRI76] bemerkt, grundlegend. Da hier die Senken und Quellen des Strahlungsfeldes an einem Ort x von den Intensitäten aus *allen* Richtungen abhängen, ist es nicht möglich, eine analoge Markov'sche Darstellung im 3-dimensionalen Koordinaten- und Phasenraum zu finden. Der Grund dazu liegt in der Natur des Markov'schen Evolutionsoperators, der wegen des "Kurzzeitgedächtnisses" die Entropie - oder in unserem Fall die Wissensungenauigkeit - entlang des Strahls erhöht. Das heisst beispielsweise, dass zwei Strahlen mit entgegengesetzter Richtung ($\mu = \cos \theta = \pm 1$) niemals die Anfangsbedingung des anderen erfüllen können.

Dieses konzeptuelle Problem zwingt uns dazu, nicht mehr den allgemeinen Prozess $P(x, \vec{\nu}, \dots, I_s, \dots, r_j, \dots, r)$, sondern stattdessen seine Projektionen auf die Unterräume zu betrachten, welche den Einzelstrahlprozess beschreiben.

Man erhält für das nullte und erste Moment der allgemeinen Wahrscheinlichkeitsverteilung in Bezug auf die Intensität

$$P_1(x, \nu) = \iiint P(x, \vec{\nu}; \dots, I_s, \dots, r_j, \dots, r) \Pi_s dI_s \Pi_j dr_j dr$$

und

$$Q_s(x, \nu) = \iiint I_s P(x, \vec{\nu}; \dots, I_s, \dots, r_j, \dots, r) \Pi_s dI_s \Pi_j dr_j dr$$

d.h. die Projektionen von $P(\mathbf{x}, \vec{v}; \dots I_s \dots, \dots r_j \dots, r)$ auf die entsprechenden Unterräume. Hier sind $\dots I_s \dots$ alle zu betrachtenden Sehstrahlen. Die gesuchte Form der Ratengleichung bekommt man durch Anwendung des Operators $\iiint P(\dots) \Pi dI_s \Pi dr_j dr$. Nur die Unterräume mit $r_j = r = 0$ tragen dazu bei, und man erhält letztlich

$$\sum_{i \neq j} \{n_i (C_{ji} + A_{ji}) - n_j (C_{ij} + A_{ij})\} P_1(\mathbf{x}, \vec{v}) + \quad (2.36)$$

$$+ \sum_{i \neq j} (n_i B_{ji} - n_j B_{ij}) \frac{4\pi}{c} \langle \phi Q_s(\mathbf{x}, \vec{v}) \rangle = 0$$

mit

$$\langle \phi Q_s(\mathbf{x}, \vec{v}) \rangle = \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty \int_\Omega \phi(v, \vec{v}) Q_s(\mathbf{x}, \vec{v}) dv d\Omega \quad (2.37)$$

Aus (2.36) wird ersichtlich, dass die Besetzungszahlen im allgemeinen von allen 3 Geschwindigkeitskoordinaten abhängen. Um eine praktikable Lösung des Problems zu erreichen, nimmt man an, dass die Abhängigkeit der Besetzungszahlen von den Komponenten senkrecht zum Sehstrahl durch Mittelwerte angenähert werden kann. Sei

$$\vec{v} = v_1 \cdot \vec{s} + v_2 \vec{s}_2 + v_3 \cdot \vec{s}_3 ,$$

dann gilt in dieser Näherung

$$Q_s(\mathbf{x}, \vec{v}) = Q_s(\mathbf{x}, v_1) P_1(v_2) P_1(v_3)$$

$$\phi(v, \vec{v}) = \phi(v, v_1)$$

und

$$\langle \phi Q_S(x, \vec{v}) \rangle = \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty \int_\Omega \int_{-\infty}^\infty \phi(v, \vec{v}) Q_S(x, \vec{v}) d\Omega dv dv_1' dv_2' dv_3' \quad (2.38)$$

$$\delta(\vec{v} \cdot \vec{s} - v_1') \delta(\vec{v} \cdot \vec{s}_2 - v_2') \delta(\vec{v} \cdot \vec{s}_3 - v_3') d\Omega dv dv_1' dv_2' dv_3'$$

Zusammenfassend kann man das vollständige NLTE-System mit der Einführung der dimensionslosen Variablen $u = v_1/\sigma$ und der bedingten Intensität $q(x, u)$ mit

$$Q(x, u) = q(x, u) P_1(u) \quad (2.39)$$

wie folgt schreiben^{*}

a) Strahlungstransportgleichung:

$$\frac{\partial q(x, u)}{\partial x} = \frac{1}{l} \left\{ -u \frac{\partial q(x, u)}{\partial u} + \frac{\partial^2 q(x, u)}{\partial u^2} \right\} - \quad (2.40)$$

$$-\kappa(x, u) [q(x, u) - S(x, u)]$$

b) Ratengleichungen:

$$\sum_{i \neq j} \{n_i (C_{ji} + A_{ji}) - n_j (C_{ij} + A_{ij})\} + \quad (2.41)$$

$$+ \sum_{i \neq j} (n_i B_{ji} - n_j B_{ij}) \frac{4\pi}{c} \langle \phi(v, u) q(x, u) \rangle = 0$$

^{*} Alle Grössen in (2.40) und (2.42) sind für eine Frequenz ν zu nehmen.

mit

$$\langle \phi(v, u) q(x, u) \rangle = \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty \int_\Omega \phi(v, u) q(x, u) dv d\Omega \quad (2.42)$$

c) Teilchenerhaltungsbedingung:

$$\sum_j n_j - n_{CO} = 0 \quad (2.43)$$

3. DAS PHYSIKALISCHE MODELL UND DESSEN NUMERISCHE BEHANDLUNG

Das System von Gleichungen (2.40 - 2.43) beschreibt, im Rahmen der gewählten Näherung, vollständig den NLTE-Strahlungstransport für einen grossen Bereich verschiedener physikalischer Situationen.

Die nicht-lineare Kopplung zwischen Strahlungsfeld und Besetzung der molekularen Energieniveaus in einem Multilevel-System macht ein iteratives Verfahren notwendig, um das gesamte System selbstkonsistent lösen zu können. Die Anwendung eines solchen Verfahrens setzt die Vorgabe eines physikalischen Modells voraus, die sich in folgende Teile gliedert:

- Spezifikation einer Geometrie und die dazugehörigen Anfangs- und Randbedingungen;
- Definition der relevanten lokalen Linienverbreiterungsprozesse durch Wahl einer geeigneten Profilfunktion;
- Angabe der inneren physikalischen Struktur in Form von Temperatur- und Dichteverteilung, sowie

- Charakterisierung des Modells durch Festlegung von Korrelationslänge, mittlerer Turbulenzgeschwindigkeit, etc., als Eingabeparameter.

Wir werden im nächsten Abschnitt das Modell definieren und im darauffolgenden Abschnitt auf die numerischen Lösungsmethoden eingehen.

3.1 DAS VERWENDETE MODELL FÜR MOLEKÜLWOLKEN

Auf Grund der umfangreichen numerischen Komplexität des Problems entschieden wir uns für die vereinfachte Geometrie der planparallelen Schicht. Sie erlaubt uns, einige Symmetrieeigenschaften, die im dreidimensionalen sphärischen Modell nicht vorhanden sind, auszunutzen.

Wir betrachten also eine planparallele Schicht der Dicke L , die von *beiden* Seiten von der Hintergrundintensität I_0 beschienen wird. I_0 ist in unserem Fall durch die kosmische Hintergrundstrahlung $B_\nu(2.7K)$ gegeben und stellt die Anfangsbedingung für $q(x=0,u)$ in Gl. (2.40) dar.

Um die Randbedingungen für $u = \pm\infty$ zu klären, ist es notwendig, die genaue Form der Linienprofilfunktion zu kennen. Auf Grund der geringen Dichten, die im interstellaren Medium herrschen, spielt Stossdämpfung im Linienbildungsprozess keine Rolle. Wir definieren deshalb ein reines Dopplerprofil

$$\phi(\nu, u) = (2\pi\Delta\nu_{th}^2)^{-1/2} \exp \left\{ - \left(\frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_{th}} - \frac{u\sigma}{v_{th}} \right)^2 \right\} \quad (3.1)$$

Dabei sind

$$\Delta v := v_0 - v$$

$$v_0 := \text{Linienfrequenz im Ruhesystem des Moleküls}$$

$$\Delta v_{th} := v_0 (v_{th}/c)$$

$$v_{th} := (3KT/m)^{1/2}$$

$$m := \text{Masse des Moleküls}$$

$$T := \text{kinetische Temperatur des Gases}$$

In Molekülwolken sind die Linienemissions- und Absorptionsprozesse der kontinuierlichen Strahlung überlagert. Es gilt also im allgemeinen

$$\begin{aligned} \kappa_v(x, u) &= \kappa_0(x, u) \phi(v, u) + \kappa_c(x) \\ &= \kappa_L(x, u) + \kappa_c(x) \end{aligned} \quad (3.2)$$

mit

$$\kappa_0(x, u) = \frac{h\nu}{c} B_{ij} \left(\frac{g_j}{g_i} n_i - n_j \right)$$

und

$$S(x, u) = \frac{\kappa_L(x, u) S_L(x, u)}{\kappa_v(x, u)} + \frac{\kappa_c(x) S_c(x)}{\kappa_v(x, u)} \quad (3.3)$$

wobei die mit c indizierten Grössen die Kontinuumsprozesse beschreiben und die mit L indizierten die Linienabsorption und -emission.

Im Grenzfall $u \rightarrow \pm\infty$ verschwindet bei gegebenem v das Linienprofil, und die Strahlungstransportgleichung ist allein durch die kontinuierliche Absorption und Emission bestimmt.

$$\frac{\partial Q(x,u)}{\partial x} = \frac{1}{\ell} \frac{\partial}{\partial u} \left(uQ(x,u) + \frac{\partial Q(x,u)}{\partial u} \right) - \kappa_c(x) (Q(x,u) - P_1(u)S_c(x)) \quad (3.4)$$

Mit dem Ansatz $Q(x,u) = I_c(x)P_1(u)$ verschwindet der erste Term auf der rechten Seite in (3.4), und wir erhalten die übliche Strahlungstransportgleichung für das Kontinuum. Damit sind die Randbedingungen für $u = \pm\infty$ in Gleichung (2.40) durch

$$q(x, -\infty) = q(x, +\infty) = I_c(x) \quad (3.5)$$

gegeben.

Die Kontinuumsintensität ist in Molekülwolken, sofern sich kein Stern in der näheren Umgebung befindet, durch den kosmischen Hintergrund und die diesem überlagerte thermische Emission des interstellaren Staubes bestimmt. Wir werden in dieser Arbeit den Einfluss des Staubes als vernachlässigbar annehmen und fühlen uns dabei von der Tatsache unterstützt, dass andere CO-NLTE-Strahlungstransportrechnungen, bei denen keine Geschwindigkeitsfelder berücksichtigt wurden*, diese Annahme bestätigen.

Im Gegensatz zu Sternatmosphären, für die man den radialen Verlauf von Dichte- und Temperaturverteilungen - zumindest für Hauptreihensterne - gut zu

* Unveröffentlichte Computerberechnungen von W.H. Kegel und M.A. Albrecht.

kennen glaubt, ist die Situation in Molekülwolken weitaus unklarer. Das Hauptproblem liegt in den vielen Unsicherheiten, die in die Auswertung von interstellaren Moleküllinienbeobachtungen eingehen. Man erhält hier ein facettenreiches, teilweise widersprüchliches Bild über die physikalische Struktur von Molekülwolken. Wir werden unsere Modelle mit homogenen Temperatur- und Dichteverteilungen berechnen und dabei die Anzahl von Eingangsparametern auf ein Minimum reduzieren. Wir hoffen, auf diese Weise alle auftretenden Effekte eindeutig zu identifizieren, um später genauere Modelle, bei denen auch Gradienten berücksichtigt werden, bilden zu können.

Wir haben in diesem Abschnitt eine Klasse von Modellen definiert, welche sich untereinander durch die Wahl der folgenden Parameter unterscheiden:

n_{H_2} := Teilchendichte der Wasserstoffmoleküle

$n_{\text{CO}}/n_{\text{H}_2}$:= Verhältnis der CO- zu H₂-Dichten

T_{kin} := Kinetische Temperatur des Gases

N_{CO} := Säulendichte des CO-Moleküls

ℓ := Korrelationslänge

σ := mittlere Turbulenzgeschwindigkeit

Um den Einfluss einiger dieser physikalischen Größen auf den Linienbildungsprozess zu untersuchen, haben wir Reihen von Modellen gerechnet, in denen jeweils nur ein Parameter variiert wurde.

Abschliessend gehen wir nun kurz auf die Moleküldaten ein. In dieser Studie werden wir uns auf die unteren Rotationsübergänge des CO-Moleküls beschränken.

$^{12}\text{C}^{16}\text{O}$ besitzt ein einfaches Energieschema, welches wir in der Näherung des starren Rotators [TSW55] mit einer Rotationskonstanten $B = 57.8975 \text{ GHz}$ [TSW55] berechnet haben. Die Einstein'schen Übergangswahrscheinlichkeiten für spontane Emission A_{ij} wurden gemäss [UNS55] und [HZB50] mit einem Dipolmoment für CO von $\mu_0 = 0.112 \text{ Debye}$ [LOK74] berechnet. Die Übergangswahrscheinlichkeiten für Absorption B_{ji} und für stimulierte Emission B_{ij} werden aus den A_{ij} nach den üblichen Formeln [UNS55] berechnet. Eine weitere Grösse, die noch zu spezifizieren bleibt, ist die Übergangswahrscheinlichkeit für Stösse C_{ij} . Der häufigste Stosspartner in unserem Fall ist H_2 . Unter der Annahme, dass das neutrale Molekül H_2 sich in seinen Stosseigenschaften ähnlich strukturlos wie He verhält, haben wir die vorhandenen Stossraten für das System CO-He [GRE78] an unser System CO- H_2 angepasst. Um die so erhaltenen Stossraten für nicht angegebene Temperaturen interpolieren zu können, wurden sie mit der Interpolationsformel von [VAK77, ALB83] angenähert (siehe Abb. 3.1).

3.2 NUMERISCHE STRUKTUR UND LÖSUNGSMETHODEN

Wie schon am Anfang dieses Kapitels erwähnt, lässt sich das System von Gleichungen (2.40 - 2.43) auf Grund der Bilinearität in Intensität und Besetzungszahlen nur iterativ lösen - eine Eigenschaft, die jedem Multilevel-NLTE-Strahlungstransportproblem inhärent ist.

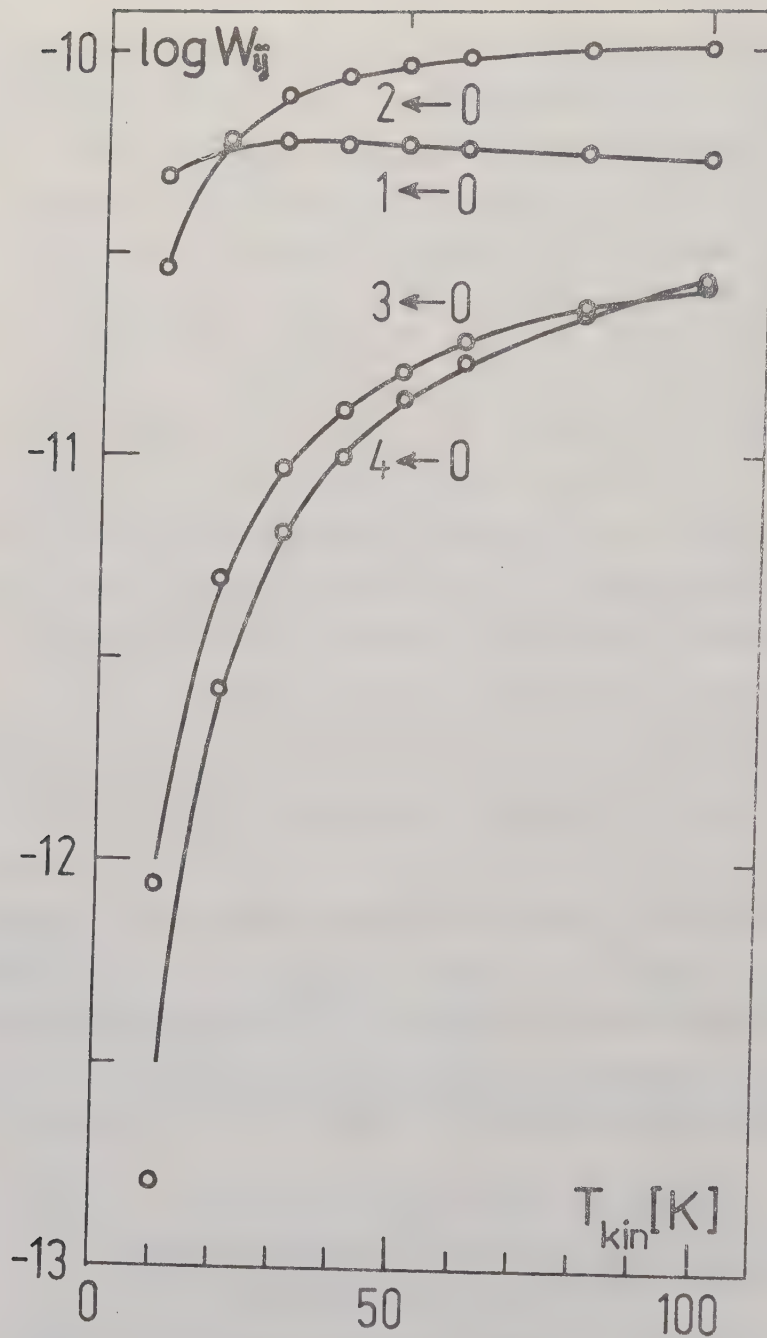


Abb. 3.1:

Übergangswahrscheinlichkeiten für $CO-H_2(J=0)$ in Abhängigkeit der kinetischen Temperatur T_{kin} . Die Stossraten sind dann durch $C_{ij}=W_{ij}n_{H_2}$ gegeben. Die Kreise stellen die Daten von [GRE78] dar, während die Kurven unsere Näherung nach [VAK77, ALB83] darstellen.

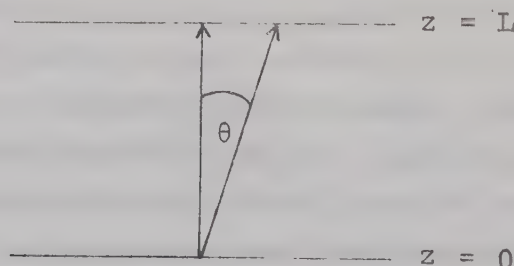
Bei der Wahl des Iterationsverfahrens mussten die vorhandenen Rechenkapazitäten berücksichtigt werden. Uns stand der Universitätscomputer (Sperry 1100/90) zur Verfügung, der in der hiesigen Konfiguration maximal eine Megabyte Kernspeicher-Ausnutzung pro Benutzer zulässt und etwa zwei Megaflops (10^6 floating-point-instructions pro Sekunde) leistet. Unter diesen Umständen haben wir das Problem mit der folgenden Prozedur gelöst. Mit einer Anfangsnäherung für die Besetzungszahlen im gesamten (x,u) Raum $n_i^0(x,u)$ werden die Strahlungsgrössen $S_v^0(x,u)$, $\kappa_v^0(x,u)$ berechnet. Anschliessend integriert man mit $S_v^0(x,u)$ und $\kappa_v^0(x,u)$ die Strahlungstransportgleichung (2.40) für die verschiedenen Strahlrichtungen μ_j und gewinnt dadurch $q(\mu_j, x, u)$. Der Mittelwert $\langle \phi(v, u) q(x, u) \rangle$ (2.42) wird letztlich dazu benutzt, die neuen Besetzungszahlen $n_i^1(x, u)$ über die Ratengleichungen (2.41) zu berechnen. Diese Prozedur wird solange wiederholt, bis die Änderung der Besetzungszahlen von einer Iteration auf die nächste $\|n_i^k - n_i^{k+1}\|$, für alle x und u , maximal 0.05 beträgt. Um gewährleisten zu können, dass die konvergierende Lösung auch physikalisch sinnvoll ist, wurde als zusätzliche Konvergenzbedingung verlangt, dass die rechte Seite der Ratengleichungen (2.41) kleiner als 10^{-10} sein soll. Auf diese Weise werden die Kopplungsterme in (2.41) selbstkonsistent berücksichtigt.

Das Konvergenzverhalten eines jeden iterativen Verfahrens hängt empfindlich davon ab, wie nah die Anfangsnäherung an der wahren Lösung liegt. Daher war es von grosser Bedeutung, eine Verfahrensweise zu entwickeln, die uns erlauben würde, die Anfangsnäherung eines Modells aus bekannten Werten heraus aufzubauen. Wir haben eine solche Methode auf der Basis einer früheren Idee von

W.H. Kegel [CHA84] entwickelt und werden im folgenden kurz darauf eingehen.

Ausgehend von der Feststellung, dass bei einigen physikalischen Situationen die Lösung $n_1(x,u)$ einfach zu bestimmende Werte annimmt, kann man eine Sequenz von Modellen konzipieren, die sich allein durch die Variation eines Parameters voneinander unterscheiden, so dass die Lösung eines Modells k eine relativ gute Anfangsnäherung für das nächste Modell $k + 1$ darstellt. Wir beginnen also mit einem Modell, dessen Lösung bekannt ist: Der optisch dünne Fall. Hier ist die Schichtdicke viel kleiner als die mittlere freie Weglänge der Photonen, die Wolke ist "transparent". Die Besetzungszahlen sind durch Ratengleichungen gegeben, in denen der Mittelwert (2.42) durch die Hintergrundstrahlung ersetzt wird, und sind dadurch exakt auszurechnen. Dieser Fall ist für alle Linien erfüllt, wenn die Säulendichte $N_{CO} = \int n_{CO} ds$ klein ist. Wir haben daher N_{CO} als Variationsparameter benutzt, um die bereits erwähnten Sequenzen von Modellen zu berechnen. Doch bevor wir die Details dieser Prozedur beschreiben, müssen wir auf die numerische Diskretisierung eingehen.

Die planparallele Schicht wird durch die geometrische Tiefe z beschrieben und ist um die z -Achse rotations-symmetrisch.



Dann sind die Linienelemente dx in (2.40) durch dz/μ zu ersetzen, wobei $\mu = \cos \theta$ ist. Die Raumwinkelintegration in (2.42) wird mit einer 6-Punkte Gauss-Legendre [ABR64] Quadratur durchgeführt, während die Frequenzintegration nach der Simpson'schen Methode, mit insgesamt 37 Punkten für alle u -Werte, implementiert wurde. Hierbei wurden die Symmetrieeigenschaften der Besetzungszahlen um $u = 0$ ausgenutzt.

Mit dieser Raumwinkel- (μ_n ; $n = 1, \dots, 6$) und Frequenzdiskretisierung (ν_m ; $m = 1, \dots, 37$) ergibt sich aus (2.40) ein Satz von 6×37 parabolischen Differentialgleichungen, die für jede Linie und in jeder Iteration gelöst werden müssen.

Das Anfangs-Randwertproblem (2.40) selbst integriert man numerisch mit dem Crank-Nicholson-Verfahren [VEK81], welches sich durch seine Stabilität im gesamten (dx, du) Raum auszeichnet. Unter Stabilität versteht man hier die Eigenschaft, die z - und u -Schritte *unabhängig* voneinander wählen zu können; dies sagt aber nichts über die Genauigkeit der Lösung aus. Um das Verhalten bezüglich der Genauigkeit zu testen, haben wir einige Extremmodelle berechnet, bei denen die Lösung der Strahlungstransportgleichung analytisch bekannt ist (LTE-mikroturbulent). Es stellte sich dabei heraus, dass, um Rundungsfehler zu vermeiden, die Anzahl der u -Punkte hinreichend grösser als die Anzahl der z -Schritte sein muss. Weiterhin wurde klar, dass im Bereich $0.1 < \tau_\nu < 2$ der Schrittabstand $\Delta\tau_\nu$ nicht grösser als 0.1 betragen darf. Da nun τ_ν für *jede* Linie mit Δz unterschiedlich wächst, stellte sich das Problem, eine geeignete z, u -Diskretisierung zu finden, die einerseits einen möglichst grossen Bereich abdeckt und andererseits die Lösungen für *alle* Linien genau genug wiedergibt, ohne den

verfügbaren Speicherplatz zu sprengen. Wir haben eine solche Diskretisierung unter Ausnutzung der Symmetrieeigenschaften der Besetzungszahlen um die Schichtmitte ($z = L/2$) implementiert. Sie beinhaltet eine variable Anzahl von z -Punkten in Abhängigkeit der maximalen zentralen optischen Dicke $\tau_v(z = L/2)$ und hat bei der grössten Säulendichte 150 $z(z_{150} = L/2)$ - und 189 u -Punkte ($u_{189} = 100$).

An dieser Stelle möchten wir auf die Sequenz von Modellen zurückkommen und können jetzt auf einige Details eingehen. Bei der Entwicklung dieser Idee spielt die Spiegelsymmetrie der Besetzungszahlen um die Wolkenmitte eine wichtige Rolle; denn eine Vergrösserung der Säulendichte von einem Modell auf das nächste entspricht einem *Auseinanderziehen* der gesamten Schicht und erlaubt uns, neue Punkte dort einzuführen, wo die Änderung der Besetzungszahlen am kleinsten zu erwarten ist, nämlich im optisch dicken Innenbereich der Wolke. Dabei sind die kritischsten Modelle diejenigen, bei denen das maximale τ_v in der Wolkenmitte im Bereich 0.1 - 2. liegt.

Es zeigt sich, dass diese Methode ein sehr gutes numerisches Verhalten besitzt (maximal 15 Iterationen), wenn die grundlegende Physik entlang einer Sequenz sich nicht merklich ändert, wie es der Fall bei grossen oder kleinen Korrelationslängen ist. In dem Zwischenbereich mit endlichen Korrelationslängen ist diese am Anfang einer Sequenz gross, am Ende klein gegenüber der Schichtdicke, und damit ändern sich die physikalischen Bedingungen innerhalb der Sequenz deutlich, was auch das numerische Verhalten (20-30 Iterationen) beeinträchtigt.

Die Besetzungszahlen werden über das Gleichungssystem (2.41) berechnet, wobei die Teilchenenergiehaltungsbedingung (2.43) zur eindeutigen Bestimmung einer Lösung herangezogen wird. Die Lösungsmethode ist die übliche Gauss'sche Elimination mit vollständiger Pivotsuche, wobei nun die Anzahl der zu berücksichtigenden Niveaus zu spezifizieren bleibt. Unter der Annahme, dass die thermische Besetzung als Mass hierfür angewandt werden kann, stellt man mit Hilfe des Boltzmann'schen Gesetzes

$$\frac{n_j}{n_i} = \frac{g_j}{g_i} \exp \left\{ - \frac{h\nu_{ij}}{kT} \right\} \quad ; \quad j > i$$

das Niveau j fest, in welchem sich bei gegebener Temperatur T noch ein merklicher Teil der Moleküle befindet. Im Falle des $^{12}\text{C}^{16}\text{O}$ -Moleküls sind bei Temperaturen unter 50 Kelvin bis 6 Niveaus demnach zu berücksichtigen.

4. ERGEBNISSE

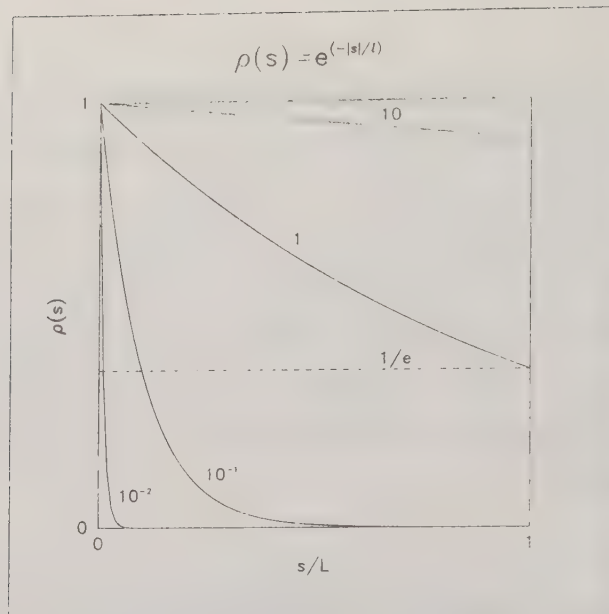
4.1 VARIATIONSBEREICHE UND DARSTELLUNG

Angeichts der vielen Unsicherheiten, welche die eindeutige Bestimmung der Wolkenparameter erschweren, haben wir diese Studie so geplant, dass durch Abdeckung eines möglichst grossen Bereichs physikalischer Parameter deren Einfluss auf den Linienbildungsprozess im einzelnen verstanden werden kann. Diesem Vorhaben standen die begrenzten Rechenkapazitäten entgegen (siehe Abschnitt 3.2), so dass einige Parameter nur grob variiert werden konnten. Wir werden im folgenden im Detail darauf eingehen.

- a) n_{H_2} : Die Teilchendichte des molekularen Wasserstoffs wurde im Bereich $10^2 \leq n_{\text{H}_2} \leq 10^4 \text{ cm}^{-3}$ variiert. Dies entspricht den Werten, bei denen die Wechselwirkung zwischen Stoss- und Strahlungsprozessen am stärksten ist. Für grössere H_2 -Dichten erwartet man eine zunehmende "Thermalisierung" der Linien, da das Verhältnis A_{ij}/C_{ij} immer kleiner wird, d.h. dass die Besetzungszahlen durch die Stossprozesse bestimmt werden. (Vgl. [KÖP80]).

- b) n_{CO} : Die Dichte des CO-Moleküls geht in die Strahlungstransportgleichung nur in den Kombinationen $n_{\text{CO}} \cdot L$ und $n_{\text{CO}} \cdot \ell$ ein, solange wir eine homogene planparallele Schicht betrachten. Beide Grössen werden bei festgehaltener CO-Dichte mit L bzw. ℓ variiert. Der angenommene Referenzwert von $n_{\text{CO}}/n_{\text{H}_2} = 10^{-5}$ entspricht in der Grössenordnung den typischen Abschätzungen für Molekülwolken [STE80a].
- c) T_{kin} : Für die kinetische Temperatur wurden nur zwei Werte eingesetzt: 10 und 50 Kelvin. Sie wurden so gewählt, dass sie den betrachteten Strahlungstemperaturbereichen entsprechen.
- d) σ : Für die mittlere Turbulenzgeschwindigkeit wurden die Werte $\sigma = v_{\text{th}}$ und $\sigma = 3 \cdot v_{\text{th}}$ eingesetzt. Testrechnungen haben gezeigt, dass für kleinere Werte von σ die Turbulenzeffekte verschwinden. Für höhere Werte konnten, auf Grund der beschränkten Anzahl von Punkten in der Frequenz-Diskretisierung, keine Modelle gerechnet werden. Man variiert σ jeweils in Einheiten der thermischen Geschwindigkeit, um die durch die Turbulenz entstehenden Effekte relativ zur thermischen Linienverbreiterung zu betrachten.
- e) ℓ : Für die Korrelationslänge wurden die Werte $\ell/L = 10^{-2}$, 10^{-1} , 1 und 10 eingesetzt, wobei L die Schichtdicke ist.

In der folgenden Abbildung sieht man den Verlauf der Korrelationsfunktion $\rho(s)$ (Gl. 2.28) für verschiedene Werte von ℓ/L . Man stellt dabei fest, dass auch bei grossen Korrelationslängen ($\ell = 10 \times L$) zwei Volumenelemente, die sich auf gegenüberliegenden Schichträndern ($s = L$) befinden, erst zu



90% zueinander korreliert sind. Wir möchten noch darauf hinweisen, dass wir in unserem Diagramm l/L als Parameter gewählt haben. Diese Wahl hatte im wesentlichen numerische Gründe. Damit soll nicht suggeriert werden, dass in den beobachteten Wolken die Korrelationslänge systematisch mit der Wolkendimension wächst. Über die tatsächliche Korrelationslänge ist bisher nur wenig bekannt. Sie ist im Prinzip aus einer detaillierten Analyse beobachteter Linienprofile mit Hilfe von Rechnungen wie den hier diskutierten abzuleiten.

- f) N_{CO} : Die Säulendichte wurde im Rahmen der in Abschnitt 3.2 erwähnten Modellsequenzenmethode im Bereich $10^{12} < N_{CO} < 10^{19} - 10^{21} \text{ cm}^{-2}$ variiert. Der maximale Wert hing immer von der programminternen Schrittweitensteuerung ab und ist daher von der optischen Dicke abhängig.

Bevor wir nun auf die Diskussion der Ergebnisse eingehen, sind einige Erläuterungen zur graphischen Darstellung angebracht.

- a) **Linienprofile:** Um den Einfluss von Turbulenzgeschwindigkeit und Korrelationslänge auf die Linienform auf einen Blick betrachten zu können, haben wir auf jeder Seite acht Abbildungen zusammengefasst (Abb. 4.1a-h bis 4.18a-h). Von links nach rechts ändert sich die Korrelationslänge von $\ell/L = 10^{-2}$ bis $\ell/L = 10$. Die oberen vier wurden mit $\sigma = v_{th}$ und die unteren mit $\sigma = 3 \cdot v_{th}$ gerechnet. Auf jeder einzelnen dieser Abbildungen werden die normierte Intensität

$$I_v(L) = [\langle I_v(z = L, \mu = 1) \rangle - I_{bg}] / B_v(T_{kin}) \quad (4.1)$$

mit

$$\langle I_v(z = L, \mu = 1) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} Q_v(z = L, \mu = 1, u) du \quad (4.2)$$

und

$$I_{bg} = B_v(T_{bg} = 2.7 \text{ K}) \quad (4.3)$$

gegen die Geschwindigkeit^{*}

$$v = \Delta v \frac{v_{th}}{\Delta v_{th}} \quad (4.4)$$

für 15 verschiedene Modelle mit jeweils wachsenden Säulendichten aufgetragen. Das heisst, jede Kurve entspricht dem aus der Wolke austretenden, differentiell gegen den Hintergrund zu messenden Linienprofil, wobei die Normierung mit der Kirchhoff-Planck-Funktion aus Übersichtsgründen eingeführt

* In der Radioastronomie ist diese Darstellung üblich, da hier nur Dopplerverbreiterung in Frage kommt. Dann entspricht Δv der Geschwindigkeit in Richtung des Sehstrahls. Zur Referenz: $v_{th}(10 \text{ K}) = 0.1177 \text{ km/s}$, $v_{th}(50 \text{ K}) = 0.2632 \text{ km/s}$.

wurde. Ferner entspricht jedem Modell (Profil) eine mittlere optische Dicke in der Linienmitte,

$$\langle \tau_0(L) \rangle = \int_0^L \int_{-\infty}^{\infty} \kappa(\Delta\nu = 0, z, \mu = 1, u) P_1(u) dz du \quad (4.5)$$

deren Wert, wenn Platz genug da war, an die Profilkurven geschrieben wurde. Die gestrichelte Linie zeigt den Wert von $I_\nu(L)$ in (4.1), bei dem der Erwartungswert $\langle I_\nu \rangle$ gleich der thermischen Intensität $B_\nu(T_{\text{kin}})$ ist. Der Wert $N_{\text{CO}}^{\text{max}}$ bezieht sich auf die für alle vier Werte von ℓ/L maximal erreichte Säulendichte.

Drei aufeinanderfolgende Seiten (z.B. Abb. 4.1, 4.2, 4.3) zeigen die Variation der Linienprofile mit der H_2 -Dichte für eine Temperatur ($T_{\text{kin}} = 10 \text{ K}$), während die nächsten drei Seiten (z.B. 4.4 - 6) dieselbe Variation für eine höhere Temperatur ($T_{\text{kin}} = 50 \text{ K}$) zeigen. Die Abbildungen 4.1-6 stellen auf diese Art einen vollständigen Parametersatz für den Übergang $J = 0-1$ dar, Abbildungen 4.7-12 entsprechend für $J = 1-2$ und Abbildungen 4.13-18 für $J = 2-3$.

b) Wachstumskurven: Die Äquivalentbreite

$$W_\nu = \int_{-\infty}^{\infty} [\langle I_\nu(z=L, \mu=1) \rangle / I_{\text{bg}} - 1] d(\Delta\nu) \quad (4.6)$$

ist ein Mass für die gesamte in der Linie emittierte Energie. Ihre funktionale Abhängigkeit von der Säulendichte N_{CO} der emittierenden Schicht ist ein Mass für die Sättigung der Linie. Die Abb. 4.19 und 4.20 zeigen Wachstumskurven für den Übergang $J = 0-1$. Hier variiert von links nach rechts die Dichte des molekularen Wasserstoffs:

$10^2 \leq n_{\text{H}_2} \leq 10^4 [\text{cm}^{-3}]$; von oben nach unten die Turbulenzgeschwindigkeit: $\sigma = v_{\text{th}}$ (oben) und $\sigma = 3 \cdot v_{\text{th}}$ (unten). Jedes einzelne Diagramm zeigt vier Kurven entsprechend $\ell/L = 10^{-2}, 10^{-1}, 1, 10$. Jeder Punkt ($W_{\text{v}}, N_{\text{CO}}$) entlang einer solchen Kurve entspricht der Äquivalentbreite des aus der Wolke austretenden Profils. Abb. 4.19 zeigt den Fall mit niedriger Temperatur ($T_{\text{kin}} = 10 \text{ K}$), Abb. 4.20 den Fall für $T_{\text{kin}} = 50 \text{ K}$.

- c) Linienhalbwertsbreiten: Während Wachstumskurven Information über den gesamten Energieinhalt in der Linie liefern, sagen Halbwertsbreiten etwas über den Charakter (Linienkern/Linienflügel des Profils) aus. Wir haben in Abb. 4.21a-f und Abb. 4.22a-f Halbwertsbreiten (volle Linienbreite bei $I(\Delta\nu) = I(\Delta\nu)_{\text{max}}/2$) auf dieselbe Weise wie die Äquivalentbreiten aufgetragen.

4.2 DISKUSSION

Unsere Ergebnisse spiegeln über etliche Parameterbereiche hinweg die stete Wechselwirkung zwischen drei verschiedenen Arten von Effekten wider: NLTE-, optische Dicken- und Turbulenzeffekte. Wir werden im folgenden zunächst diese Effekte im allgemeinen diskutieren, um uns dann der Abhängigkeit der Linienprofile von den einzelnen physikalischen Grössen zu widmen.

- a) NLTE- und optische Dicken-Effekte.

Abweichungen vom lokalen thermodynamischen Gleichgewicht entstehen im Wechselspiel von Strahlungs- und Stossprozessen. Dabei spielt die interne Struktur des CO-Moleküls eine wichtige Rolle.

Einerseits schränkt die Auswahlregel $\Delta J = \pm 1$ die Strahlungsübergänge auf Übergänge zwischen benachbarten Niveaus ein, andererseits ist die Stossanregung des Niveaus $J = 2$ für Temperaturen oberhalb 20 K *effektiver* als die des ersten Rotationsniveaus $J = 1$ (vgl. Abb. 3.1). Ferner sind die Einstein'schen A_{ij} Werte grösser mit wachsendem J , so dass die spontane Emission die höheren Niveaus schneller entvölkert als die unteren, bei denen ein "Verkehrsstau" entsteht. Wenn nun die höheren Rotationszustände durch Stösse merklich angeregt werden - aber noch nicht thermalisiert sind -, entwickelt sich eine relative Überbesetzung des Niveaus $J = 1$ gegenüber dem Grundzustand ($J=0$), die sich zunächst als überthermische Anregungstemperatur $T_{\text{ex}} > T_{\text{kin}}$ (definiert durch $S_{\nu} = B_{\nu}(T_{\text{ex}})$) und bei höherer Prozesseffektivität als Inversion ($\tau_{\nu} < 0$) der Linie $J = 0-1$ manifestiert. Die Bedingung für das Auftreten dieser Situation lässt sich in der Form

$$0.01 < \alpha(u, z) < 1 \quad ; \quad T_{\text{kin}} > 20 \text{ K} \quad (4.7a, b)$$

mit

$$\alpha(u, z) \equiv \frac{A_{01}}{C_{01}} \beta_{01}(u, z) \quad (4.8)$$

ausdrücken. $\beta_{ij}(u, z)$ gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass ein Photon, das aus einem Volumenelement mit der Geschwindigkeit u und mit der Tiefe z emittiert wird, aus der Wolke entweichen kann. Im optisch dünnen Fall ist $\beta_{ij}(u, z) = 1$ und $\alpha(u, z)$ hängt bei gegebener Temperatur *allein* von n_{H_2} ab. Für endliche optische Dicken hängt $\beta_{ij}(u, z)$ in

komplizierter Weise von den verschiedenen physikalischen Parametern ab und ist ein geeigneter Mittelwert über Raumwinkel und Frequenz.

Die Bedingung (4.7a) kann, wie man aus (4.8) sieht, in verschiedenen Bereichen unseres Parameterraumes erfüllt werden. In den Berechnungen führt dies zu verschiedenen Effekten, die wir im einzelnen diskutieren wollen.

i) $n_{\text{H}_2} = 10^4 \text{ cm}^{-3}$; $T_{\text{kin}} = 50$:

Hier tritt eine überthermische Anregungstemperatur auf, solange die mittlere optische Dicke in der Tiefe z

$$\langle \tau(\nu, z) \rangle = \int_0^z \int_{-\infty}^{\infty} \kappa_{\nu}(z', \mu = 1, \nu) P_1(\nu) d\nu dz' \quad (4.9)$$

für alle relevanten Frequenzen in der Linie kleiner als 1 bleibt. Mit wachsendem $\langle \tau(\nu, z) \rangle$ wird die Entweichwahrscheinlichkeit kleiner, und damit erhöht sich der relative Einfluss der Stossabregung. Dies führt zu einer Thermalisierung der Linie. In den Linienprofilen macht sich dieser Effekt durch höhere Intensitäten bei vergleichbaren optischen Dicken bemerkbar (vgl. z.B. Abb. 6a und Abb. 3a).

ii) $n_{\text{H}_2} = 10^2 \text{ cm}^{-3}$; $T_{\text{kin}} = 50 \text{ K}$:

Bei diesen geringen Wasserstoffdichten sind die Stossraten so klein, dass bei kleinen Säulendichten die Anregungstemperaturen erheblich unter den kinetischen liegen. (Bei noch kleineren Wasserstoffdichten ist die Anregungstemperatur letztlich durch den Hintergrund bestimmt.) Mit wachsender Säulendichte - und damit auch mittlerer optischer

Dicke - wird die Entweichwahrscheinlichkeit in der Schicht- und Linienmitte geringer. Die hier emittierten Photonen werden noch in der Wolke wieder absorbiert, was zu einer lokalen Erhöhung der Anregungstemperatur führt. Es bildet sich auf diese Weise ein Gradient in dem Verlauf der Anregungstemperatur mit der Tiefe: Innen höher als aussen. Dieser Prozess entwickelt sich mit wachsender optischer Dicke weiter, bis bei grossen $\langle \tau(\nu, z) \rangle$ der relative Einfluss der Stösse merklich und die Bedingung (4.7a) erfüllt werden. Dann entsteht auch hier eine überthermische Anregungstemperatur. Diesmal führt dieser Effekt, auf Grund der grossen Säulendichten zu stark überthermischen Strahlungstemperaturen (siehe Abb. 4.4).

iii) $n_{\text{H}_2} = 10^3 \text{ cm}^{-3}$; $T_{\text{kin}} = 50 \text{ K}$:

Hier entsteht dieselbe Situation wie im Fall ii), allerdings ergeben sich überthermische Anregungstemperaturen bei kleineren optischen Dicken. Ferner beobachtet man, dass analog zum Fall i) bei noch grösseren Säulendichten die Linie in der Schichtmitte thermalisiert (siehe Abb. 4.5a).

Ein weiterer wesentlicher optischer Dicken-NLTE-Effekt macht sich in vielen der berechneten Linienprofile durch eine Einsenkung in der Mitte des Profils bemerkbar. Dieser Effekt ist relativ einfach zu verstehen, wenn man berücksichtigt, dass die Entweichwahrscheinlichkeit bei grösseren Säulendichten in den Linienflügel zunimmt. Damit verschiebt sich entlang des Sehstrahls das Volu-

menelement, aus dem die Photonen in der Frequenz ν emittiert werden. Solange die Linie für alle relevanten Frequenzen optisch dünn ist, wachsen die Profile mit der Säulendichte erwartungsgemäss monoton (linearer Teil der Wachstumskurven, siehe Abb. 4.19-20). Für grössere optische Dicken haben wir bereits gesehen, dass überall dort, wo die Stösse nicht dominieren, sich ein Gradient in dem Tiefenverlauf der Anregungstemperatur bildet. Dann "sieht" man in der Linienmitte Photonen aus einem Gebiet mit einer kleineren Quellfunktion (entspricht T_{ex}), während die Photonen in den Flügeln in einem Gebiet weiter innen in der Schicht, wo die Quellfunktion grösser ist, emittiert werden.

Wir möchten an dieser Stelle unterstreichen, dass dieser Effekt in unseren Berechnungen allein als NLTE-optischer Dicken-Effekt erscheint und nicht als Folge eines Gradienten der kinetischen Temperatur mit der Tiefe.

b) Turbulenzeffekte.

Bei Auftreten von Turbulenz ist die mittlere freie Weglänge der Photonen abhängig von den Korrelationen im Geschwindigkeitsfeld. Daher erwartet man eine starke Abhängigkeit der NLTE- und optischen Dicken-Effekte von den charakteristischen Grössen des Feldes: Korrelationslänge und mittlere Geschwindigkeit. Doch bevor wir uns dieser Abhängigkeit widmen, ist es angebracht, einige bekannte Ergebnisse für die Extremfälle Mikro- und Makroturbulenz zusammenzufassen.

- i) Mikroturbulenz: Dieser Fall tritt ein, wenn die Korrelationslänge des Geschwindigkeits-

feldes sehr klein gegenüber der mittleren freien Weglänge der Photonen ist, d.h.

$\kappa_v(z,u) \ell \ll 1$. Dann wird der stochastische Prozess durch Wahrscheinlichkeitsverteilungen vom Typ (2.3) beschrieben, und man erhält für den Erwartungswert der Intensität (mit $\mu=1$) (siehe Abschnitt 2.6)

$$\begin{aligned} \langle I_v(L) \rangle &= \langle I_v(0) \rangle e^{-\langle \tau(v,L) \rangle} + \\ &+ \int\limits_{-\infty}^{\infty} \int\limits_0^L P_1(u) \kappa_v(z,u) S_v(z,u) e^{-\langle \tau(v,z) - \tau(v,L) \rangle} dz du \end{aligned} \quad (4.10)$$

Das bedeutet eine Faltung des Absorptionskoeffizienten mit einer Gauss'schen Verteilung mit der Breite σ . Dies ergibt eine zusätzliche Linienverbreiterung, die sich der thermischen überlagert.*

ii) Makroturbulenz: Hier ist die Korrelationslänge viel grösser als das Gebiet der Linienbildung: $\kappa_v(z,u) \ell \gg 1$. Dann reduziert sich Gleichung (2.40) auf die übliche Form für die Strahlungstransportgleichung, und man erhält

$$\begin{aligned} q_v(L,u) &= q_v(0,u) e^{-\tau_v(L,u)} + \\ &+ \int\limits_0^L \kappa_v(z,u) S_v(z,u) e^{-(\tau_v(z,u) - \tau_v(L,u))} dz \end{aligned}$$

und damit

$$\langle I_v(L) \rangle = \int\limits_{-\infty}^{\infty} q_v(L,u) P_1(u) du \quad (4.11)$$

* In dieser Normierung (2.25) wird die klassische mikroturbulente Geschwindigkeit zu $\xi = \sqrt{2} \sigma$.

In diesem Fall wird also das gesamte Intensitätsprofil mit $P_1(u)$ gefaltet. Das führt zu einer "Abflachung" des Profils: Die Linienflügel werden breiter als die thermische Breite, die maximale Intensität wird geringer.

In beiden Fällen ist das physikalische Bild leicht zu verstehen. Ein noch unkorreliertes Geschwindigkeitsfeld wirkt wie die thermische Bewegung und erzeugt eine zusätzliche Linienverbreiterung. In einem stochastischen Feld mit sehr grossen Korrelationslängen dagegen trägt jede Geschwindigkeit auf eine nicht lokale Weise zum Profil bei.

Aus diesen Überlegungen wird klar, dass der Einfluss von endlichen Korrelationslängen auf die Linienbildung sehr stark von dem Verhältnis σ zu v_{th} abhängt, und ferner, dass bei Abweichungen vom LTE das Produkt $\kappa_\nu(z,u)l$ im z - u -Raum stark variieren kann, und damit *innerhalb* eines Modells sowohl Mikro- wie Makroturbulenz entstehen kann.

Ein weiterer Zusammenhang soll an dieser Stelle erwähnt werden: Je schmaler die Linien bei vorgegebenen physikalischen Bedingungen sind, desto kleiner sind die Säulendichten, bei denen die Besetzungszahlen thermalisieren. Das hat zur Folge, dass bei Makroturbulenz die Besetzungszahlen bei kleineren Säulendichten thermalisieren als bei Mikroturbulenz.

Die weitere Interpretation unserer Ergebnisse wird durch die Tatsache erschwert, dass eine

konsistente Formulierung der physikalischen Grössen nur im z-u-Raum möglich ist. Damit besteht eine enge Kopplung zwischen den drei oben besprochenen Arten von Effekten. Wir werden im folgenden den Einfluss der Modellparameter auf unsere Ergebnisse im einzelnen analysieren.

c) Einfluss der Wasserstoffdichte.

n_{H_2} geht nur über die Stossraten in das Problem ein. Physikalisch gesehen bedeutet eine Vergrösserung von n_{H_2} eine Erhöhung der Zahl der Stösse, welche bei Dominanz die Besetzungszahlen thermalisieren. Bei höheren Temperaturen ergeben sich solche NLTE- und optische Dicken-Effekte, die wir in Abschnitt 4.2a besprochen haben. Mit wachsender Korrelationslänge wird die Äquivalentbreite eine Funktion der Wasserstoffdichte.

(Vgl. z.B. Abb. 4.1h, 4.2h und 4.3h). Dies ist darauf zurückzuführen, dass die makroturbulenten Profile bei kleineren Säulendichten als die mikroturbulenten thermalisiert sind. (Siehe auch Abschnitt 4.2e weiter unten.)

d) Einfluss der kinetischen Temperatur.

T_{kin} bewirkt eine Niveau-Selektivität in der Stossanregung, die letztlich zu überthermischen Anregungstemperaturen bei $T_{\text{kin}} \geq 30$ K führt (siehe Abschnitt 4.2a). Ferner ruft eine höhere Temperatur grössere Äquivalentbreiten hervor, da einerseits die thermische Linienbreite mit $\sqrt{T_{\text{kin}}}$ geht, und andererseits die Stossanregung effektiver wird.

e) Einfluss der mittleren Turbulenzgeschwindigkeit.

Eine Verbreiterung der Geschwindigkeitsverteilung erhöht den relativen Einfluss der Korrelationen im Geschwindigkeitsfeld. Für $\sigma < v_{th}$ dominiert die thermische Verbreiterung, und das stochastische Feld kann als eine Störung höherer Ordnung angesehen werden, die sich nur bei grossen Korrelationslängen auswirkt. Für $\sigma \geq v_{th}$ ist der Einfluss der Korrelationen im turbulenten Feld auf die Linienprofile deutlich und wächst mit breiter werdender Geschwindigkeitsverteilung (siehe Abb. 4.19 - 4.21). Am deutlichsten sieht man das bei der Entwicklung der Linienhalbwertsbreiten mit der Säulendichte. (Abb. 4.1h, 4.21d, 4.22d). Hier wächst rasch mit N_{CO} bei $l/L=10$ zunächst ein schmaler *messoturbulenter* Linienkern, der später in den Flügel aufgefüllt wird. Dieser Effekt wird mit den Abweichungen vom LTE stärker. (Abb. 4.21d-f).

f) Einfluss der Korrelationslänge.

Die Variation von l bewirkt in unseren Ergebnissen die markantesten Unterschiede. Einerseits bedeutet eine Vergrösserung von l eine Verstärkung der nicht lokalen Eigenschaften des Strahlungsfeldes und damit auch eine Verstärkung von NLTE-Effekten. Andererseits erreicht man im makroturbulenten Extremfall eine Situation, in der die Linienprofile nicht mehr von l abhängen. Dieser Zusammenhang zeigt sich deutlich an den Wachstumskurven. Solange die Linie optisch dünn ist (kleine Säulendichten), hat die Korrelationslänge keinen Einfluss auf die Äquivalentbreiten (siehe Abb. 19d-f). Doch der Wert für die Säulendichte, bei welcher die Linie optisch dick wird ($\langle \tau_v(L) \rangle \approx 1$), verschiebt sich deutlich mit der Korrelationslänge und mit der

n_{H_2} -Dichte, was auf die enge Kopplung zwischen
Turbulenz- und NLTE-Effekten hinweist.

Abschliessend sind noch folgende Bemerkungen angebracht. Wir haben uns in der bisherigen Zusammenfassung der Ergebnisse in erster Linie für den Übergang $J = 0-1$ interessiert, weil er am besten beobachtet ist. Die Effekte in den Linienprofilen der höheren Übergänge (siehe Abb. 4.7-18) sind, wie es in einem Multilevel-System zu erwarten ist, von derselben Grössenordnung wie beim Übergang $J = 0-1$.

Abb. 4.1a-h:

Aus der Wolke emittierte Linienprofile für den Übergang $J = 0-1$ entsprechend dem Wolkenmodell mit $T_{\text{kin}} = 10 \text{ K}$ und $n_{\text{H}_2} = 10^2 \text{ cm}^{-3}$ und mit verschiedenen Werten für ℓ/L , σ und N_{CO} . Jede Kurve entspricht einem Modell mit verschiedener Säulendichte. Die oberen vier Abbildungen (a-d) zeigen die Variationen von ℓ/L für $\sigma = v_{\text{th}}$, die unteren vier (e-h) für $\sigma = 3v_{\text{th}}$. Die gestrichelte Linie zeigt den Wert $\langle I \rangle = B_{\text{v}}$ an. Die Zahlen an den Kurven sind der Wert von $\langle \tau_0 \rangle$ für das entsprechende Profil.

Abb. 4.2a-h:

Wie Abb. 4.1, aber mit $n_{\text{H}_2} = 10^3 \text{ cm}^{-3}$.

Abb. 4.3a-h:

Wie Abb. 4.1, aber mit $n_{\text{H}_2} = 10^4 \text{ cm}^{-3}$.

Abb. 4.4a-h:

Wie Abb. 4.1, aber mit $T_{\text{kin}} = 50 \text{ K}$ und $n_{\text{H}_2} = 10^2 \text{ cm}^{-3}$.

Abb. 4.5a-h:

Wie Abb. 4.1, aber mit $T_{\text{kin}} = 50 \text{ K}$ und $n_{\text{H}_2} = 10^3 \text{ cm}^{-3}$.

Abb. 4.6a-h:

Wie Abb. 4.1, aber mit $T_{\text{kin}} = 50 \text{ K}$ und $n_{\text{H}_2} = 10^4 \text{ cm}^{-3}$.

Abb. 4.7a-h:

Wie Abb. 4.1, aber für den Übergang $J = 1-2$.

Abb. 4.8a-h:

Wie Abb. 4.7, aber mit $n_{\text{H}_2} = 10^3 \text{ cm}^{-3}$.

Abb. 4.9a-h:

Wie Abb. 4.7, aber mit $n_{\text{H}_2} = 10^4 \text{ cm}^{-3}$.

Abb. 4.10a-h:

Wie Abb. 4.7, aber mit $T_{\text{kin}} = 50 \text{ K}$ und $n_{\text{H}_2} = 10^2 \text{ cm}^{-3}$.

Abb. 4.11a-h:

Wie Abb. 4.7, aber mit $T_{\text{kin}} = 50 \text{ K}$ und $n_{\text{H}_2} = 10^3 \text{ cm}^{-3}$.

Abb. 4.12a-h:

Wie Abb. 4.7, aber mit $T_{\text{kin}} = 50 \text{ K}$ und $n_{\text{H}_2} = 10^4 \text{ cm}^{-3}$.

Abb. 4.13a-h:

Wie Abb. 4.1, aber für den Übergang $J = 2-3$.

Abb. 4.14a-h:

Wie Abb. 4.13, aber mit $n_{\text{H}_2} = 10^3 \text{ cm}^{-3}$.

Abb. 4.15a-h:

Wie Abb. 4.13, aber mit $n_{\text{H}_2} = 10^4 \text{ cm}^{-3}$.

Abb. 4.16a-h:

Wie Abb. 4.13, aber mit $T_{\text{kin}} = 50 \text{ K}$ und $n_{\text{H}_2} = 10^2 \text{ cm}^{-3}$.

Abb. 4.17a-h:

Wie Abb. 4.13, aber mit $T_{\text{kin}} = 50 \text{ K}$ und $n_{\text{H}_2} = 10^3 \text{ cm}^{-3}$.

Abb. 4.18a-h:

Wie Abb. 4.13, aber mit $T_{\text{kin}} = 50 \text{ K}$ und $n_{\text{H}_2} = 10^4 \text{ cm}^{-3}$.

Abb. 4.19a-f:

Variation der Wachstumskurven mit ℓ/L , σ und der Wasserstoffdichte für den Übergang $J = 0-1$ und $T_{\text{kin}} = 10 \text{ K}$. Jeder Punkt auf einer Kurve (N_{CO}, W_v) entspricht einem Modell mit der Säulendichte N_{CO} . Jede Kurve entspricht Modellen mit einem Wert für ℓ/L . Die oberen drei Abbildungen (a-c) zeigen die Variation mit der Dichte n_{H_2} für $\sigma = v_{\text{th}}$, die unteren drei (d-f) für $\sigma = 3v_{\text{th}}$.

Abb. 4.20a-f:

Wie Abb. 4.19, aber mit $T_{\text{kin}} = 50 \text{ K}$.

Abb. 4.21a-f:

Variation der Linienhalbwertsbreiten δv (Linienbreite bei $I_{\delta v} = 1/2 \max I$) mit ℓ/L , σ und n_{H_2} für den Übergang $J = 0-1$ und $T_{\text{kin}} = 10 \text{ K}$ als Funktion der Säulendichte des Linienemissionsgebietes. Jeder Punkt auf einer Kurve (δv , N_{CO}) entspricht einem Modell mit der Säulendichte n_{CO} . Jede Kurve entspricht Modellen mit einem Wert für ℓ/L . Die oberen drei Abbildungen (a-c) zeigen die Variation mit der Dichte n_{H_2} für $\sigma = v_{\text{th}}$, die unteren drei (d-f) für $\sigma = 3v_{\text{th}}$.

Abb. 4.22a-f:

Wie Abb. 4.21, aber mit $T_{\text{kin}} = 50 \text{ K}$.

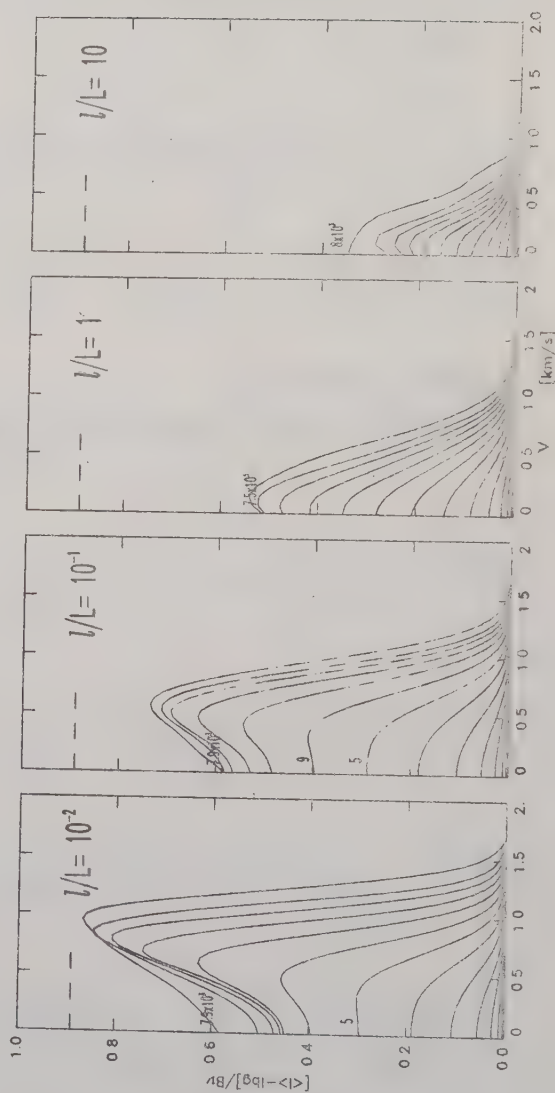
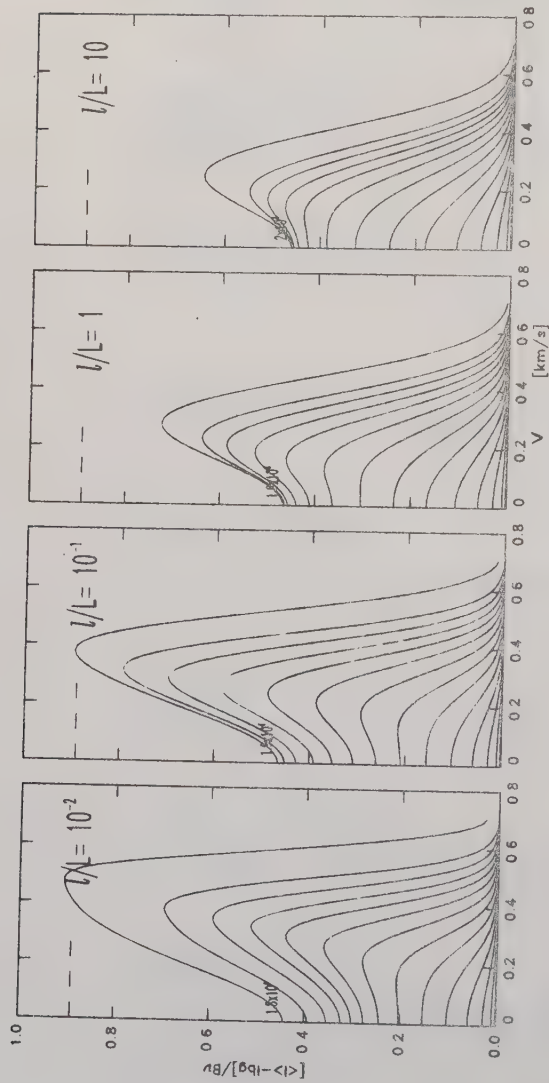
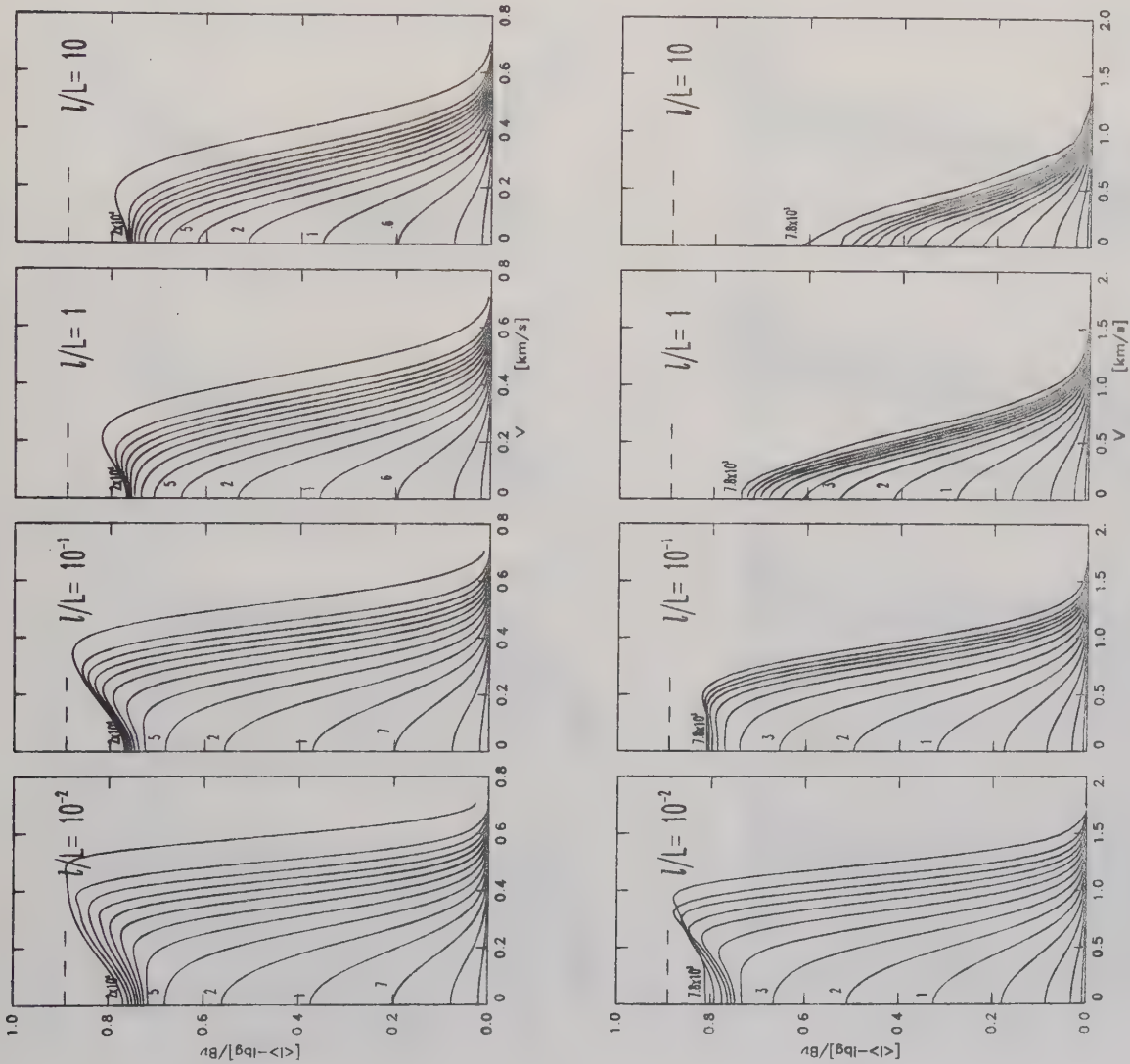


Abb. 4.1a-h

$\sigma/v_{\text{th}} = 3$
 $N_{CO}^{\text{max}} = 3 \times 10^{19} \text{ cm}^{-2}$

Line J=0-1
Model Parameter
 $n_{\text{H}} = 10^3 \text{ cm}^{-3}$
 $n_{\text{CO}}/n_{\text{H}} = 10^{-5}$
 $T_{\text{kin}} = 10 \text{ Kelvin}$
 $\sigma/v_{\text{H}} = 1$
 $N_{\text{CO}}^{\text{max}} = 3 \times 10^{19} \text{ cm}^{-2}$

$\sigma/v_{\text{H}} = 3$
 $N_{\text{CO}}^{\text{max}} = 3 \times 10^{19} \text{ cm}^{-2}$



Atb. 4.2a-h

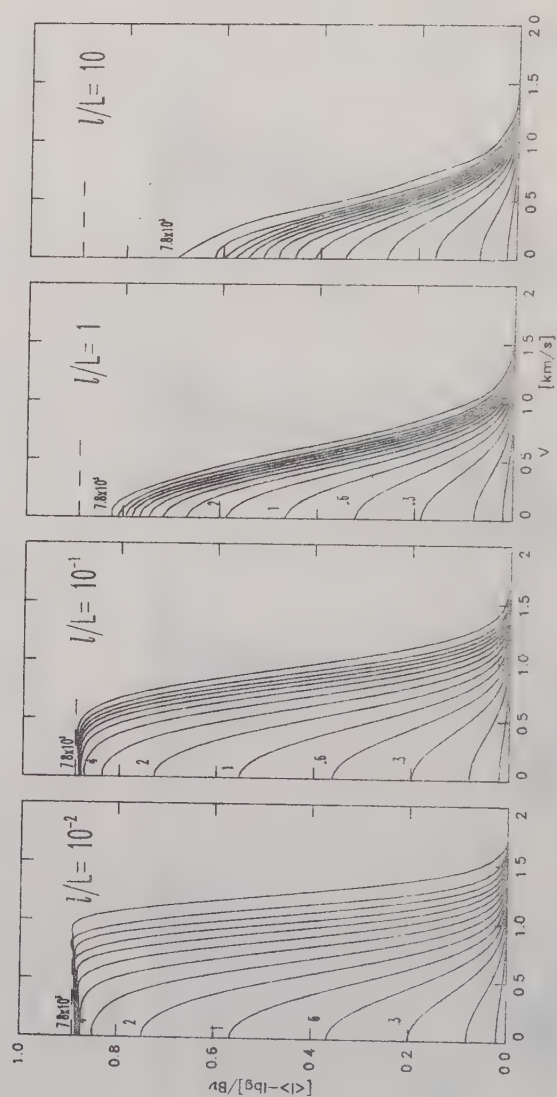
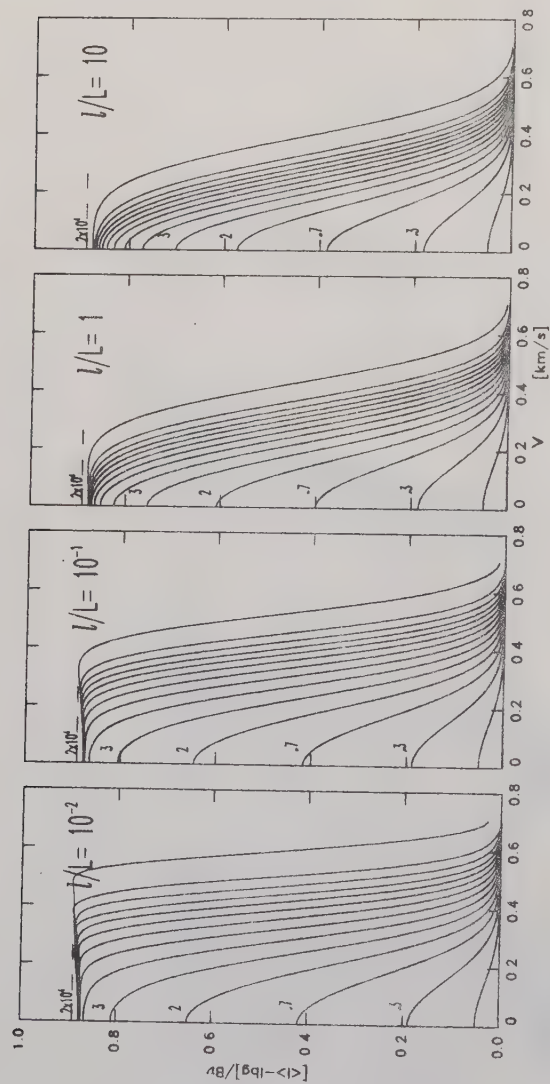
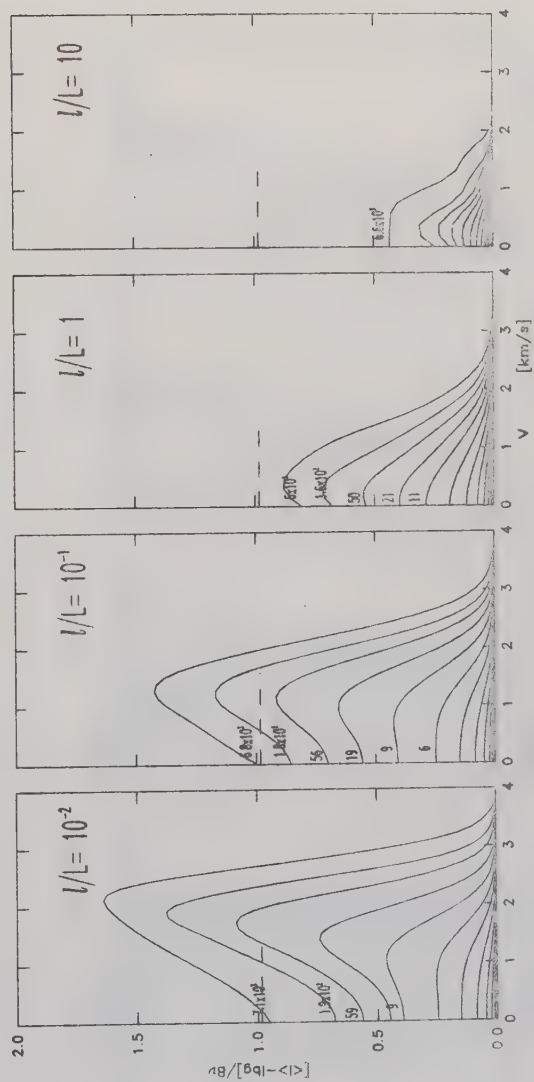
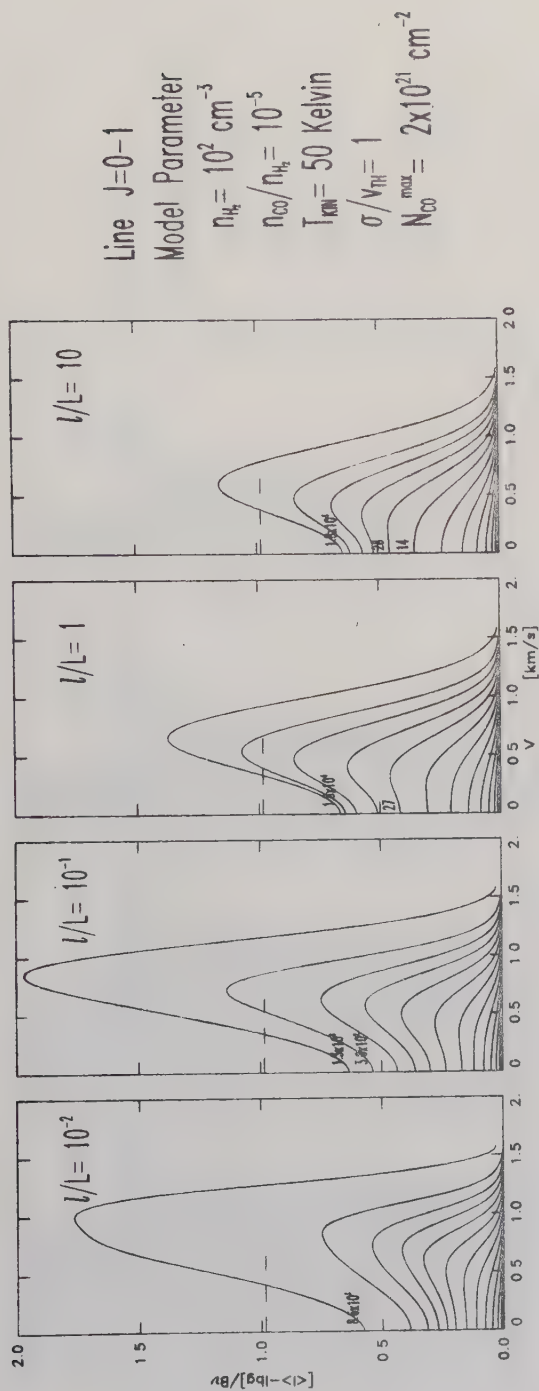


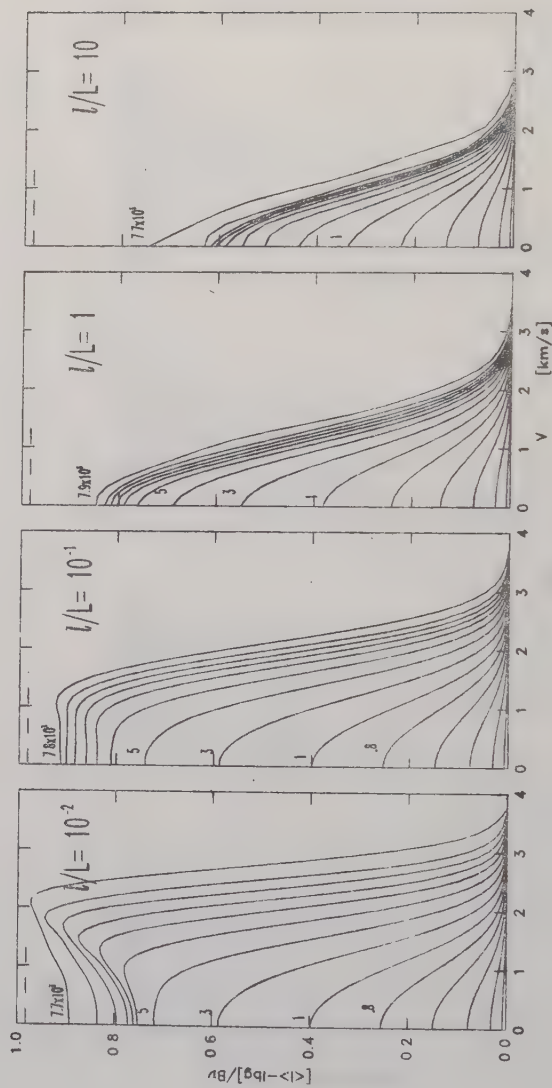
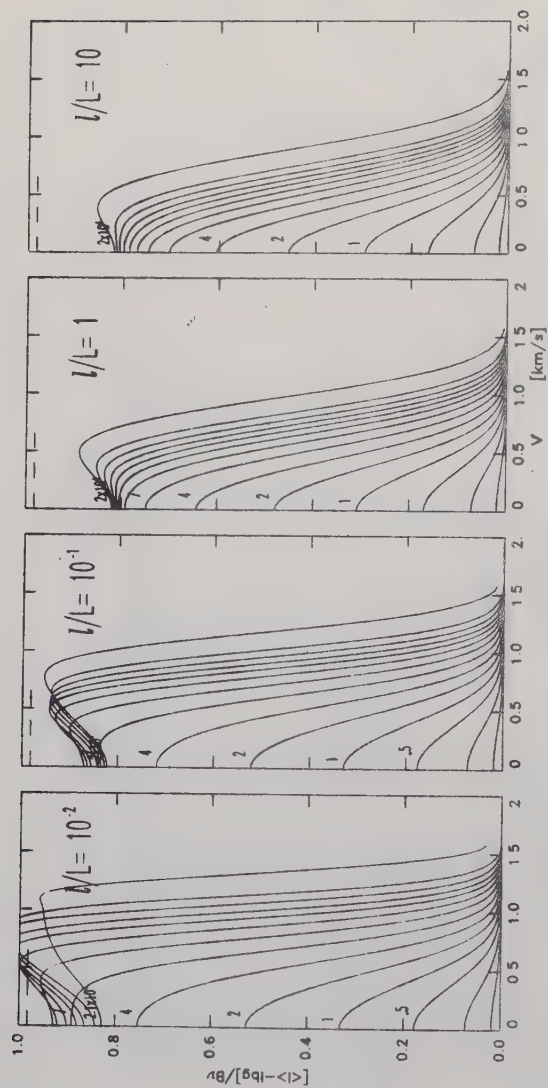
Abb. 4.3a-h



$\sigma/v_{\text{TH}} = 3$

$N_{\text{CO}}^{\text{max}} = 10^{21} \text{ cm}^{-2}$

Abb. 4.4a-h



Line $J=0-1$
 Model Parameter
 $n_H = 10^3 \text{ cm}^{-3}$
 $n_{CO}/n_H = 10^{-5}$
 $T_{\text{kin}} = 50 \text{ Kelvin}$
 $\sigma/v_{\text{TH}} = 1$
 $N_{\text{CO}}^{\text{max}} = 10^{21} \text{ cm}^{-2}$

$\sigma/v_{\text{TH}} = 3$
 $N_{\text{CO}}^{\text{max}} = 10^{21} \text{ cm}^{-2}$

Abb. 4.5a-h

Line J=0-1
Model Parameter
 $n_{\text{H}} = 10^4 \text{ cm}^{-3}$
 $n_{\text{CO}}/n_{\text{H}} = 10^{-5}$
 $T_{\text{rot}} = 50 \text{ Kelvin}$
 $\sigma/v_{\text{TH}} = 1$
 $N_{\text{CO}}^{\text{max}} = 10^{21} \text{ cm}^{-2}$

$\sigma/v_{\text{TH}} = 3$
 $N_{\text{CO}}^{\text{max}} = 10^{21} \text{ cm}^{-2}$

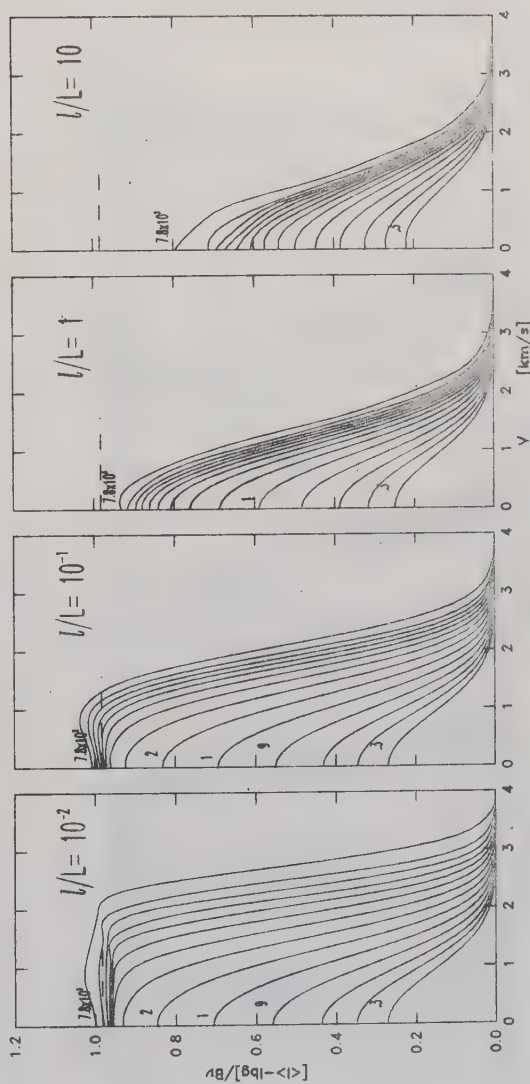
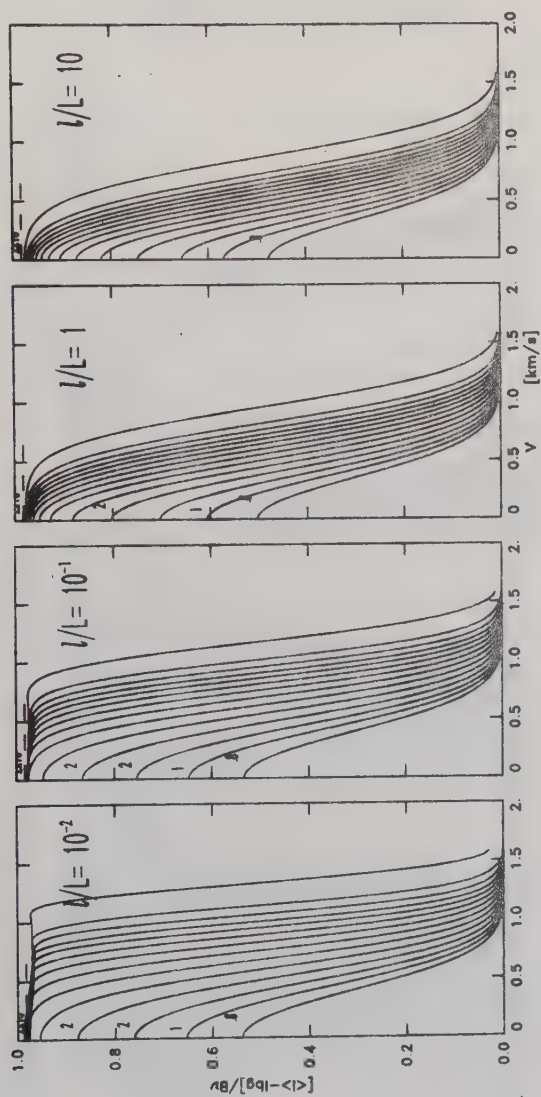


Abb. 4.6a-h

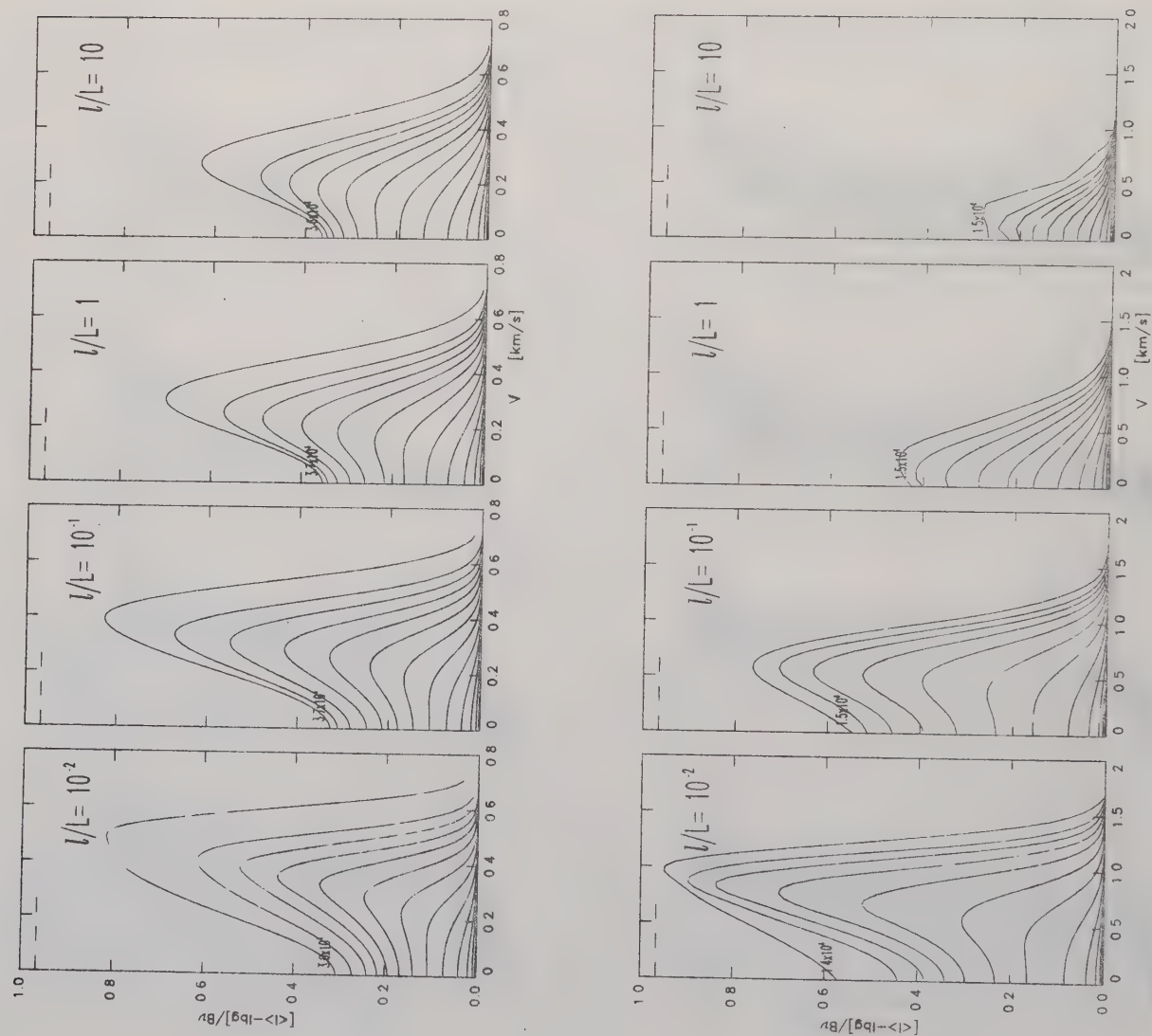


Abb. 4.7a-h

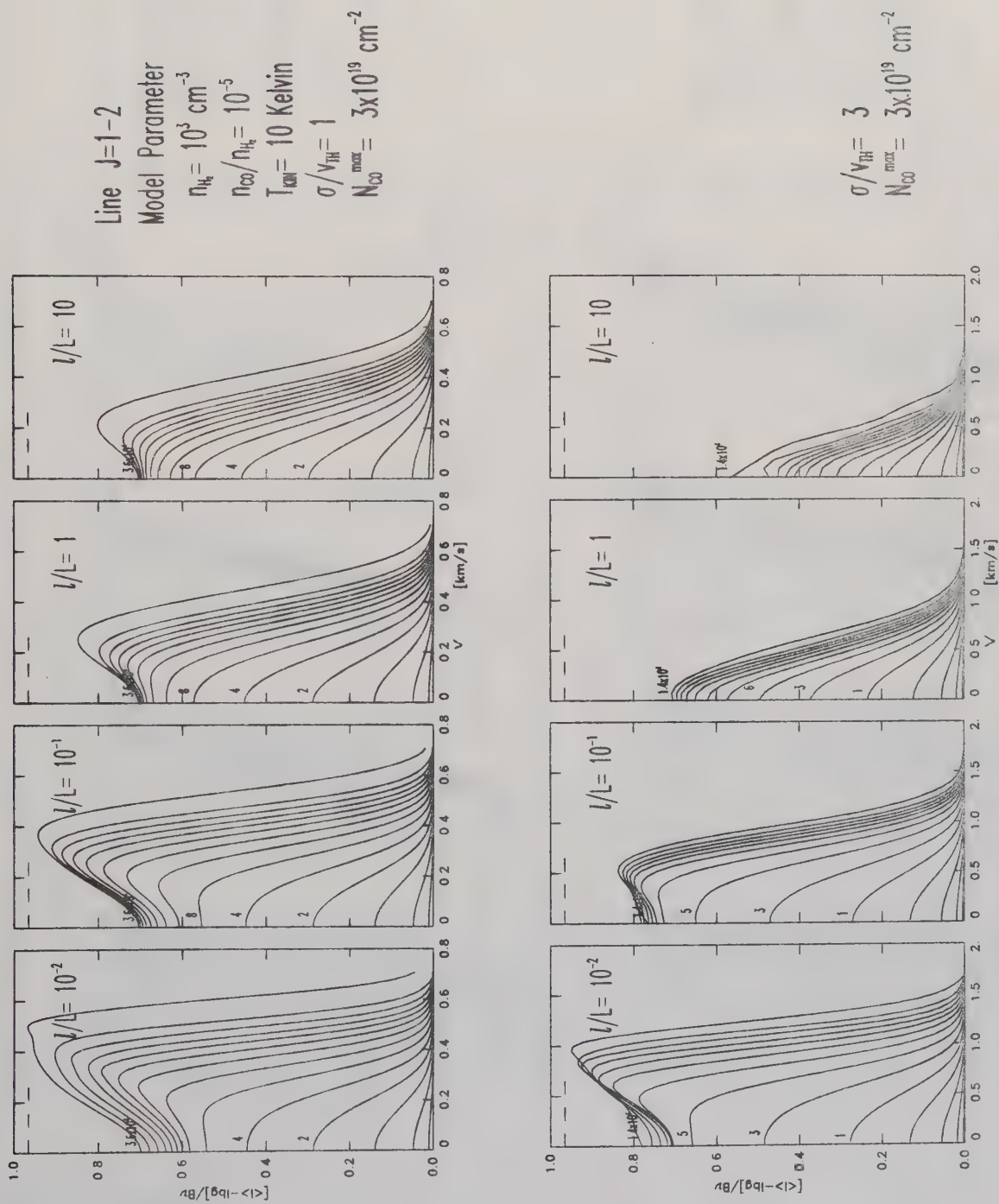


Abb. 4.8a-h

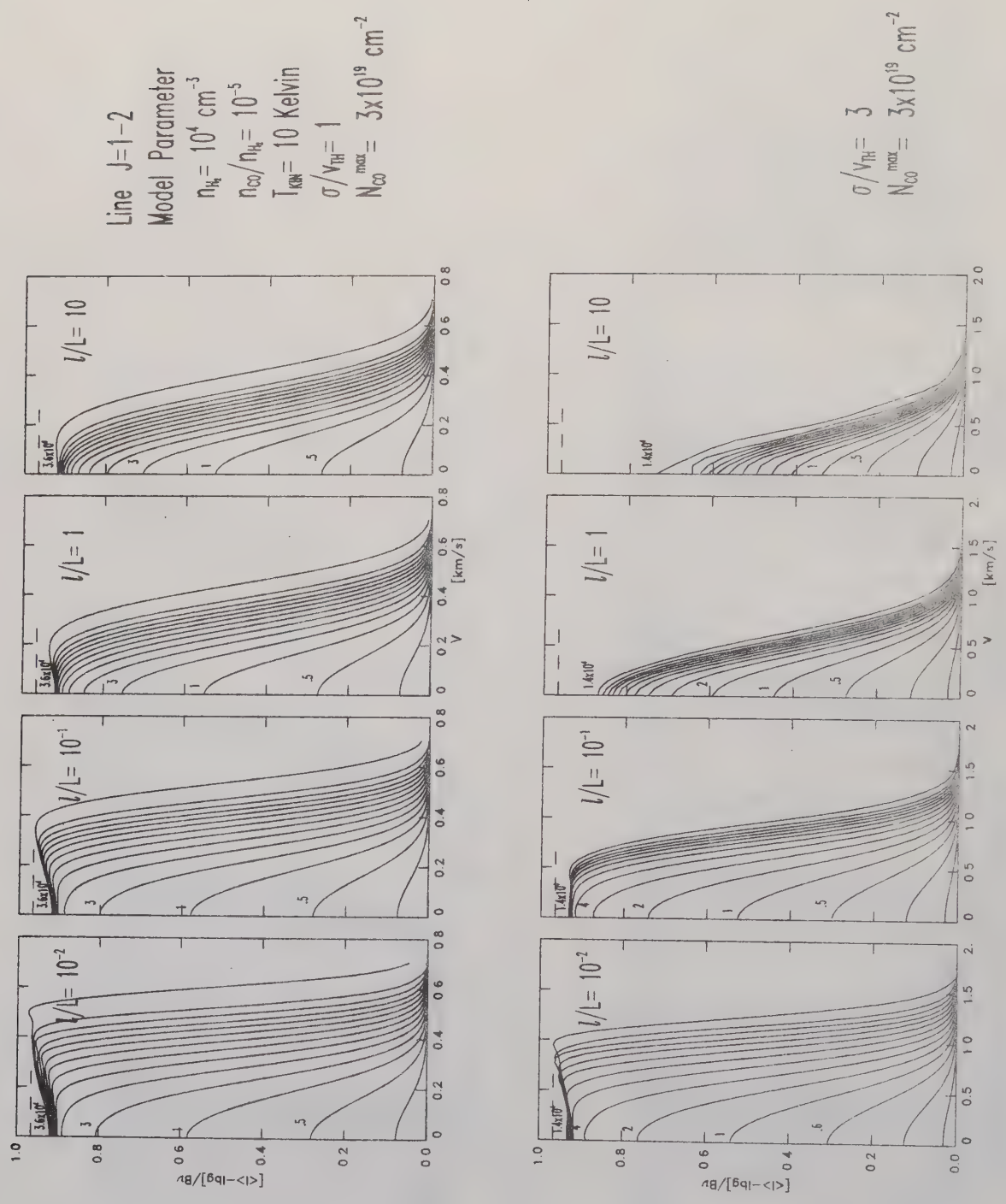


Abb. 4.9a-h

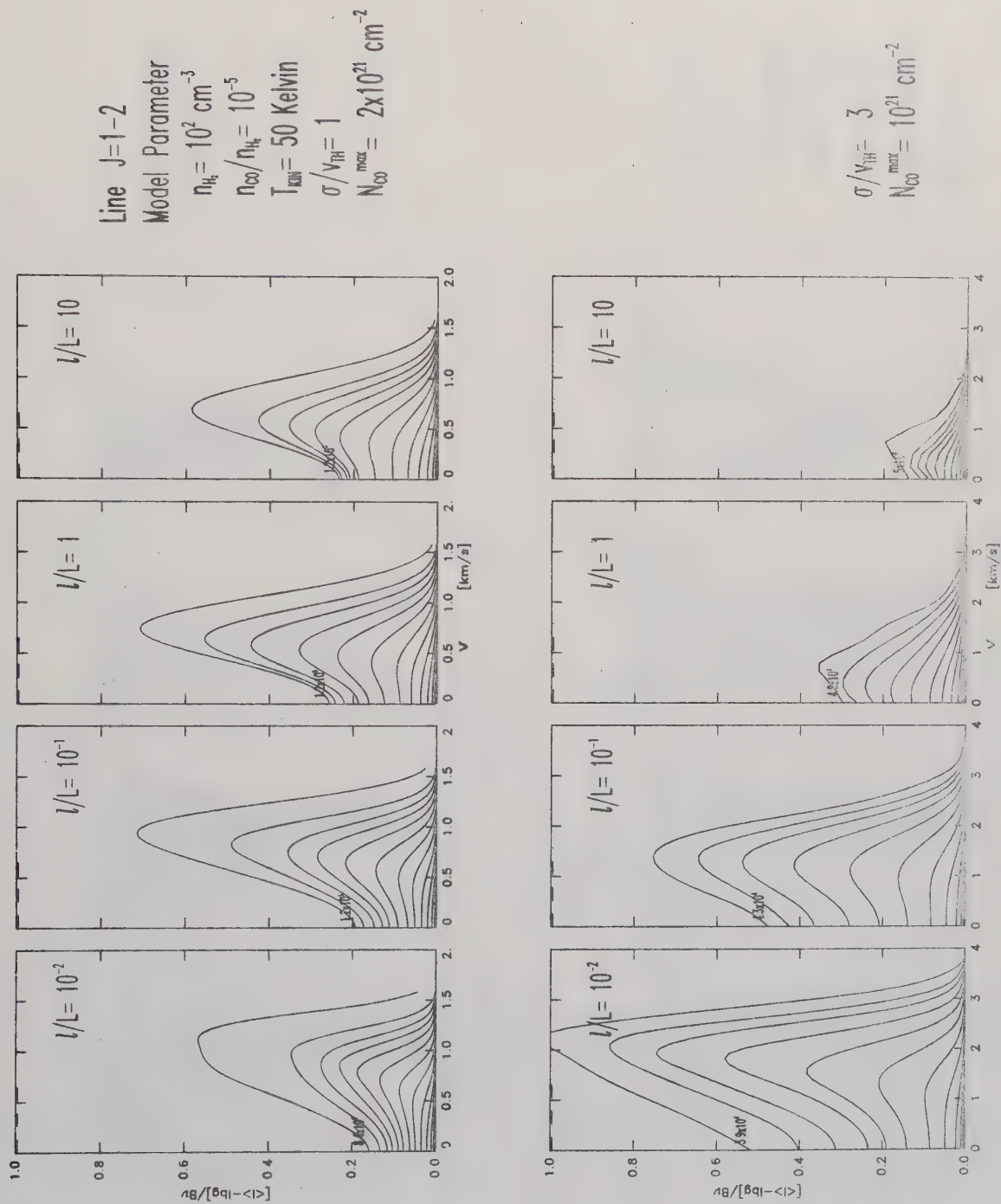


Abb. 4.10a-h

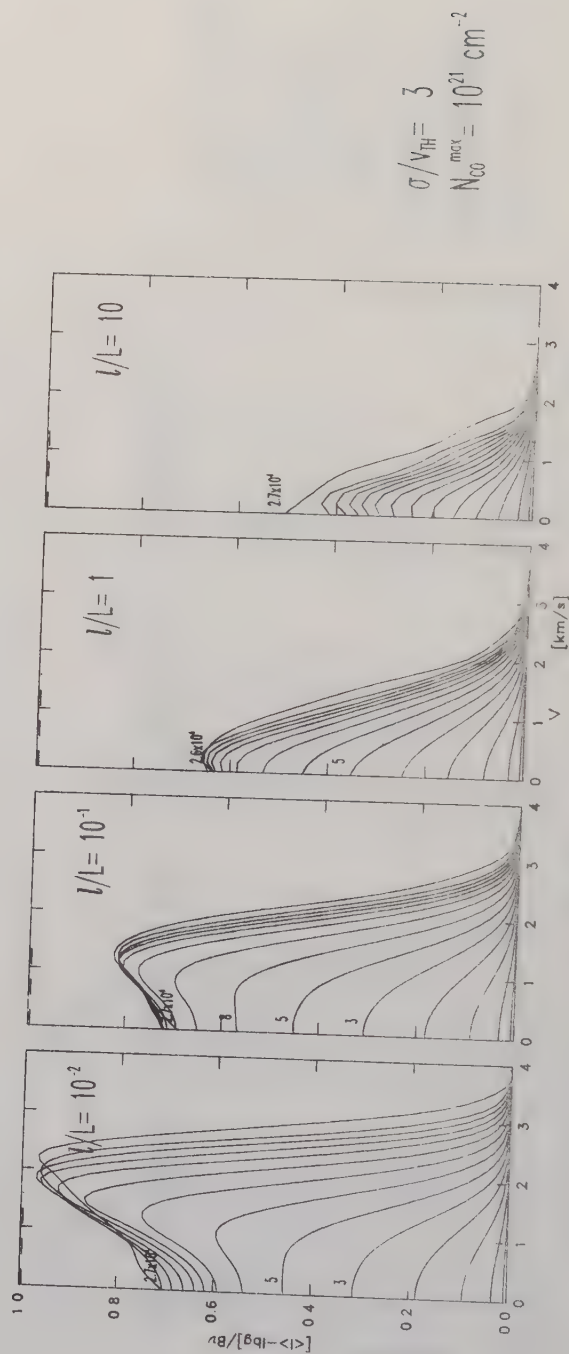
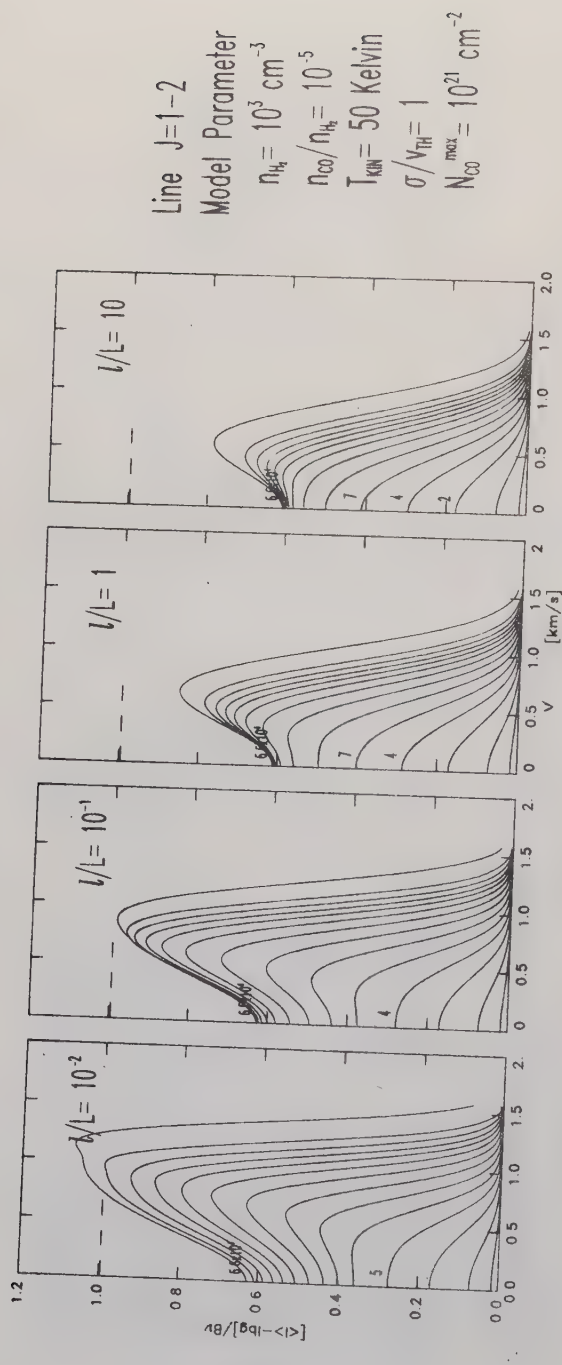


Abb. 4.11a-h

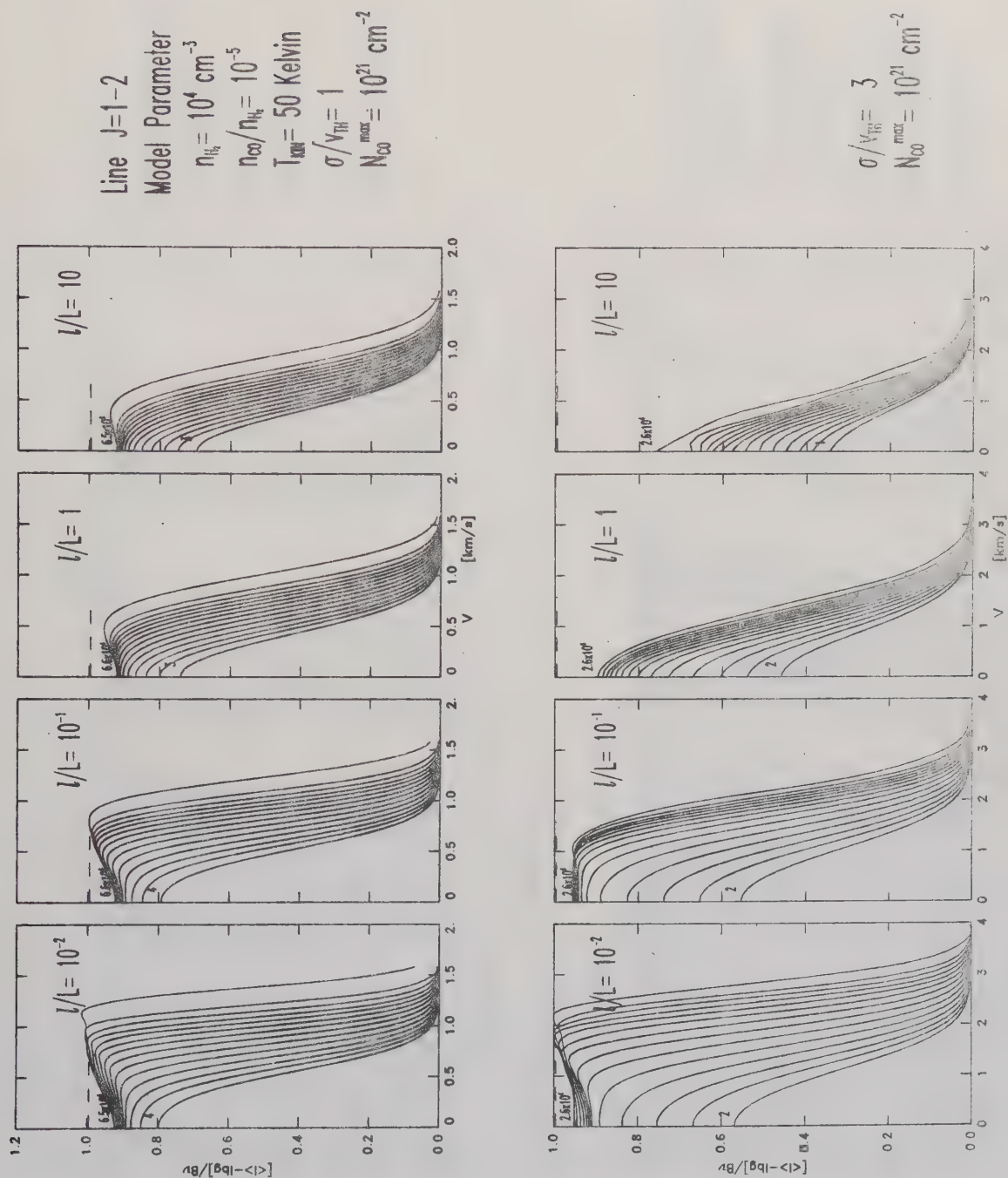
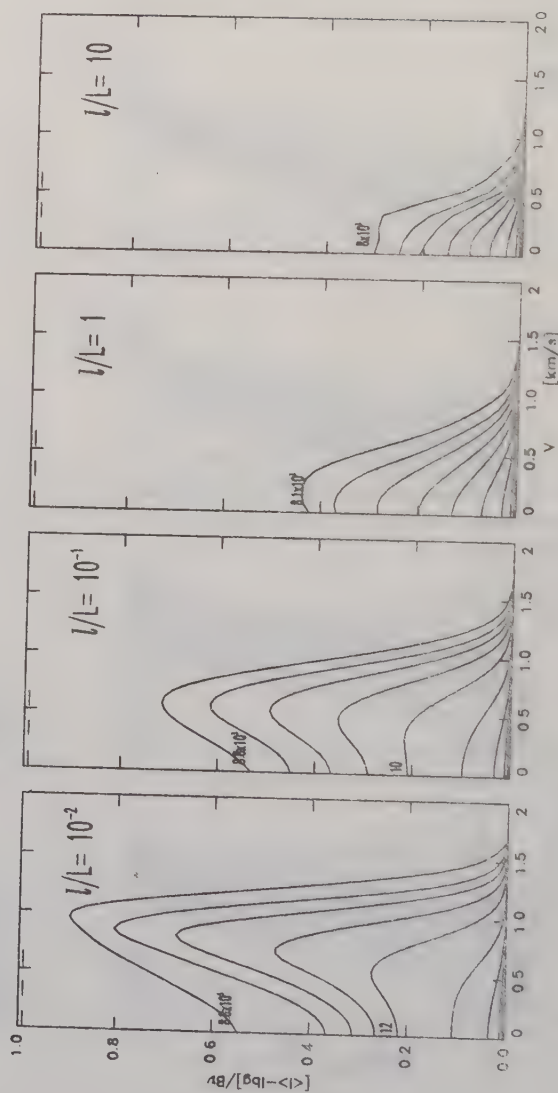
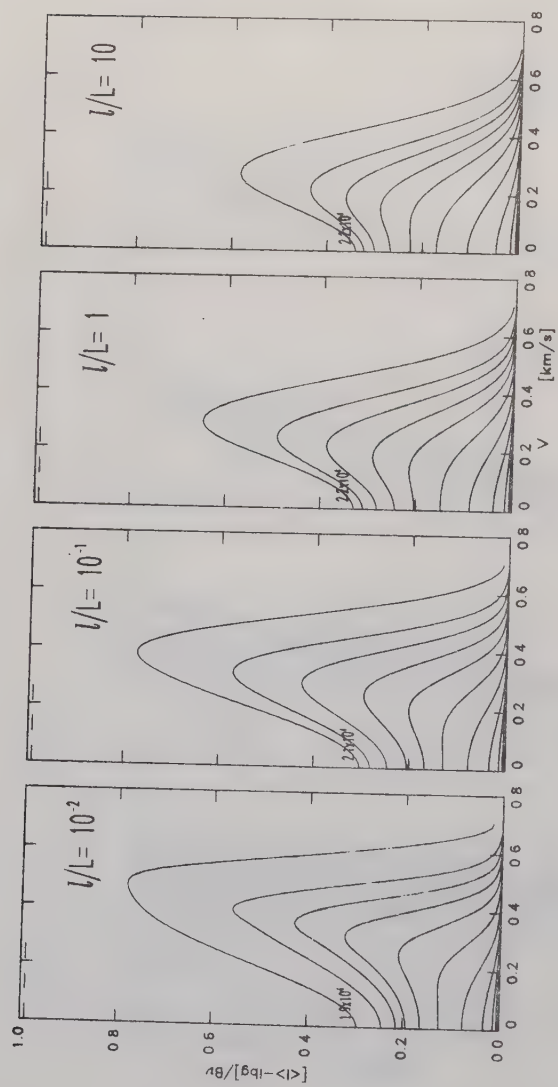


Abb. 4.12a-h

NLTE 6-Level System



Line J=2-3
Model Parameter
 $n_e = 10^2 \text{ cm}^{-3}$
 $n_{\text{CO}}/n_e = 10^{-5}$
 $T_{\text{kin}} = 10 \text{ Kelvin}$
 $\sigma/v_{\text{TH}} = 1$
 $N_{\text{CO}}^{\text{max}} = 3 \times 10^{19} \text{ cm}^{-2}$

$\sigma/v_{\text{TH}} = 3$
 $N_{\text{CO}}^{\text{max}} = 3 \times 10^{19} \text{ cm}^{-2}$

Abb. 4.13a-h

Line J=2-3
Model Parameter
 $n_{He} = 10^3 \text{ cm}^{-3}$
 $n_{Co}/n_{He} = 10^{-5}$
 $T_{Co} = 10 \text{ Kelvin}$
 $\sigma/v_{Th} = 1$
 $N_{Co}^{max} = 3 \times 10^{19} \text{ cm}^{-2}$

$\sigma/v_{Th} = 3$
 $N_{Co}^{max} = 3 \times 10^{19} \text{ cm}^{-2}$

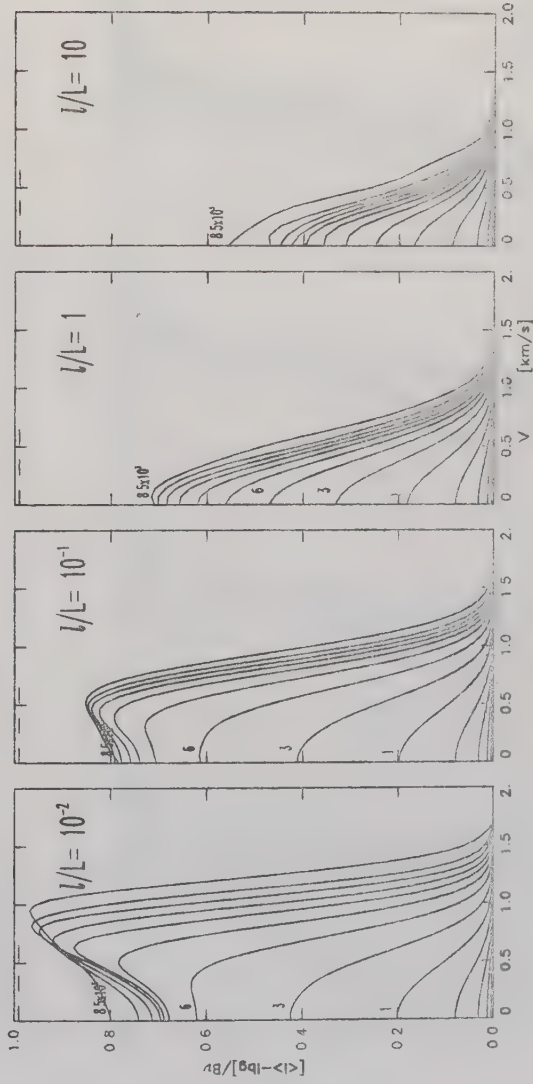
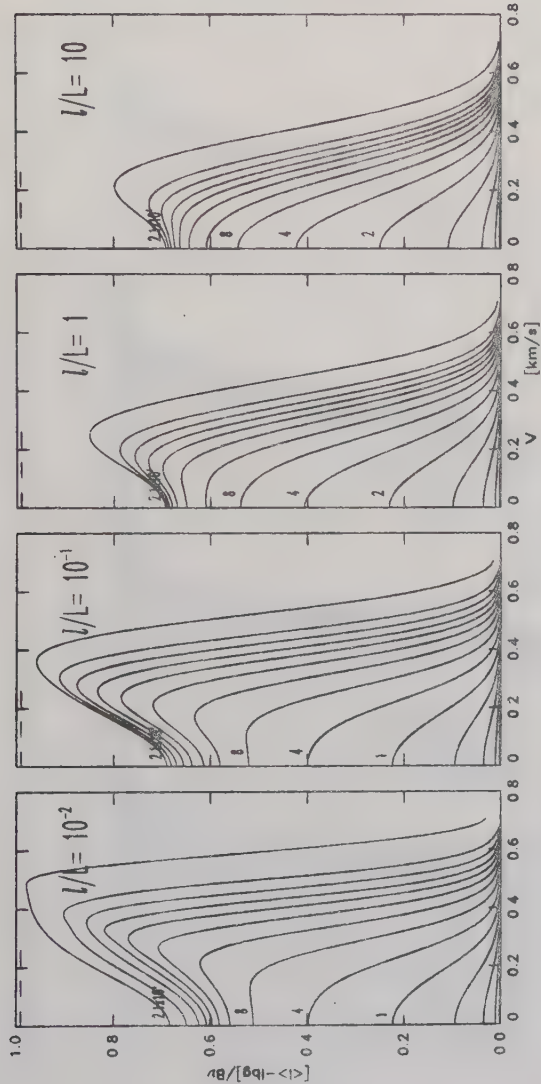


Abb. 4.14a-h

NLTE 6-Level System

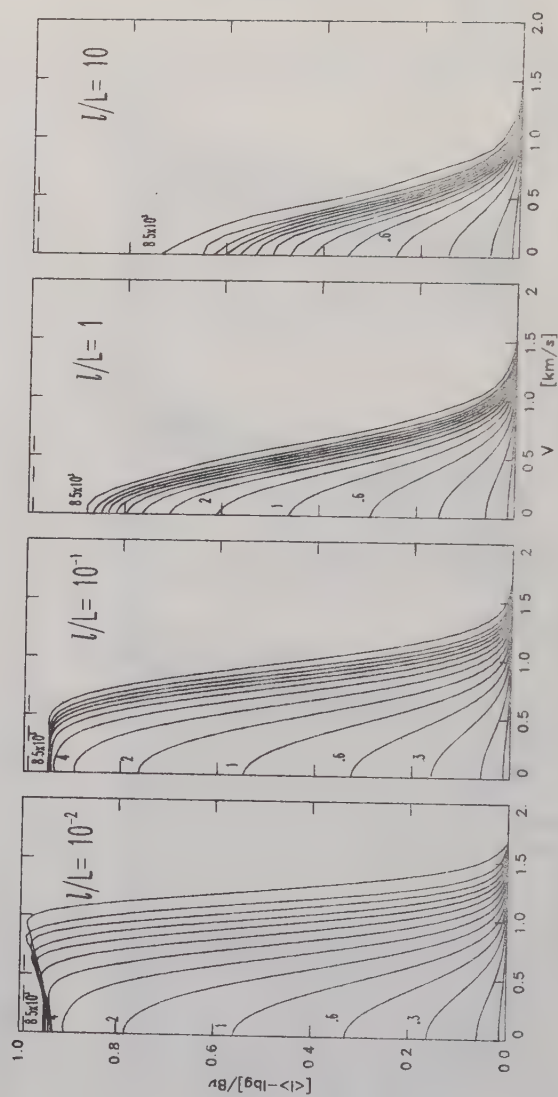
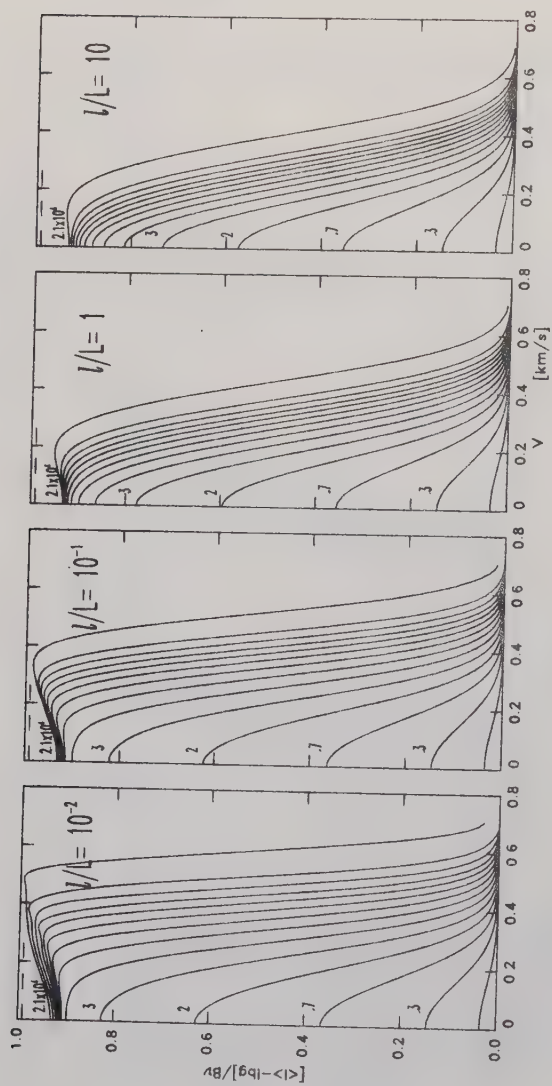


Abb. 4.15a-h

Line J=2-3
Model Parameter
 $n_{\text{H}} = 10^2 \text{ cm}^{-3}$
 $n_{\text{CO}}/n_{\text{H}} = 10^{-5}$
 $T_{\text{rot}} = 50 \text{ Kelvin}$
 $\sigma/v_{\text{TH}} = 1$
 $N_{\text{CO}}^{\text{max}} = 2 \times 10^{21} \text{ cm}^{-2}$

$\sigma/v_{\text{TH}} = 3$
 $N_{\text{CO}}^{\text{max}} = 10^{21} \text{ cm}^{-2}$

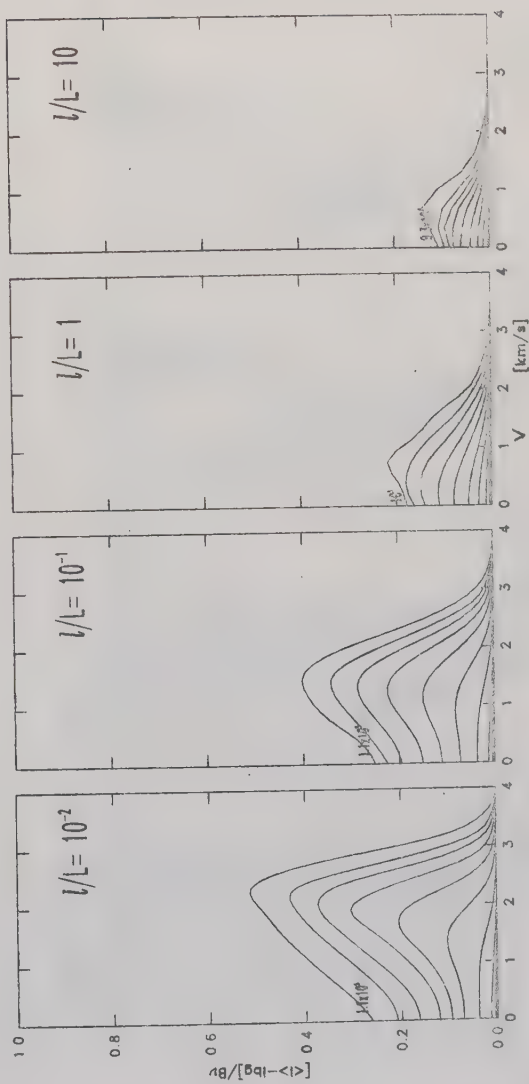
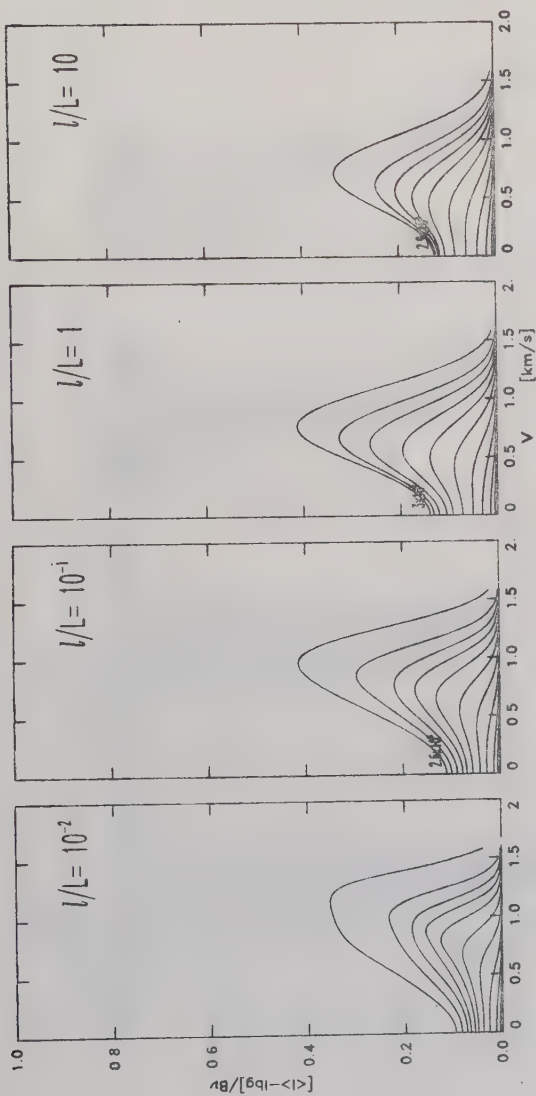
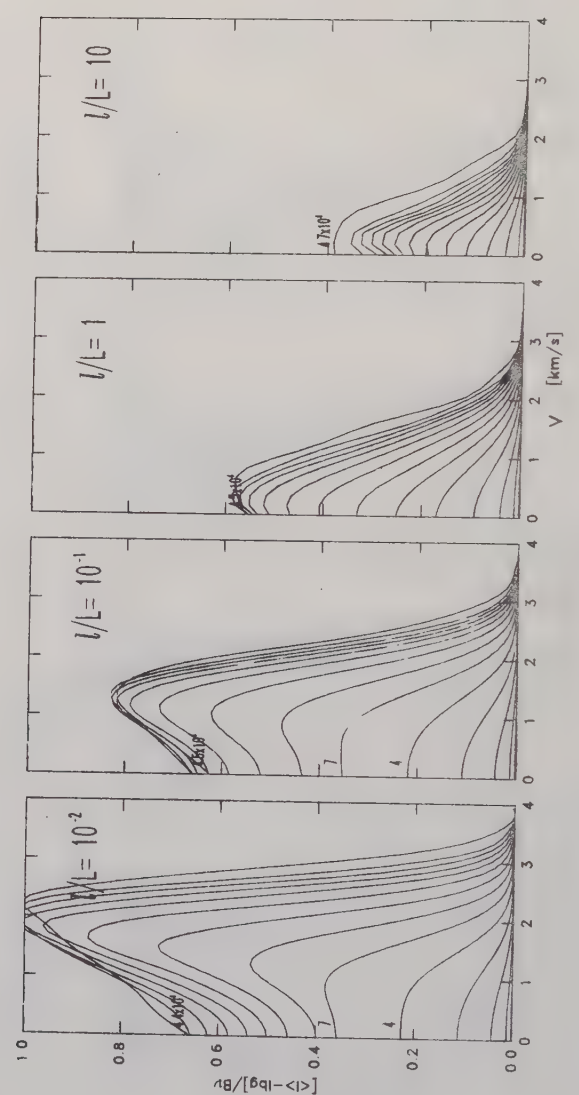
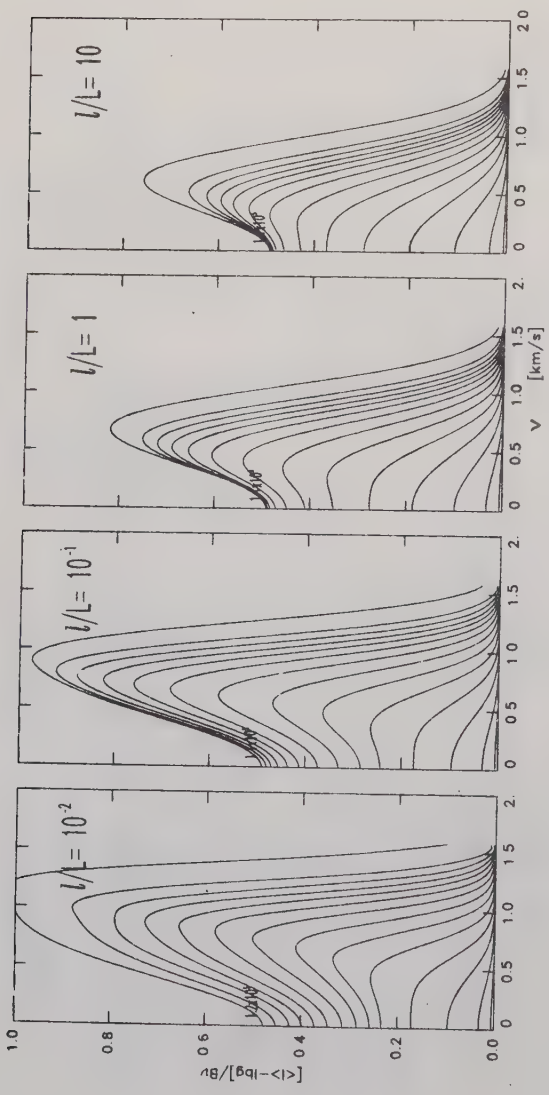


Abb. 4.16a-h

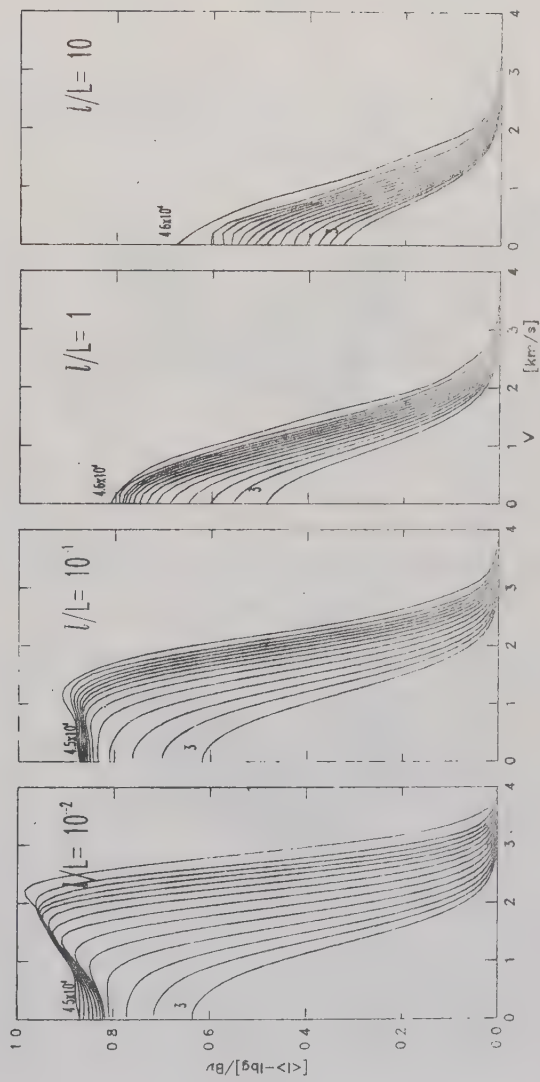
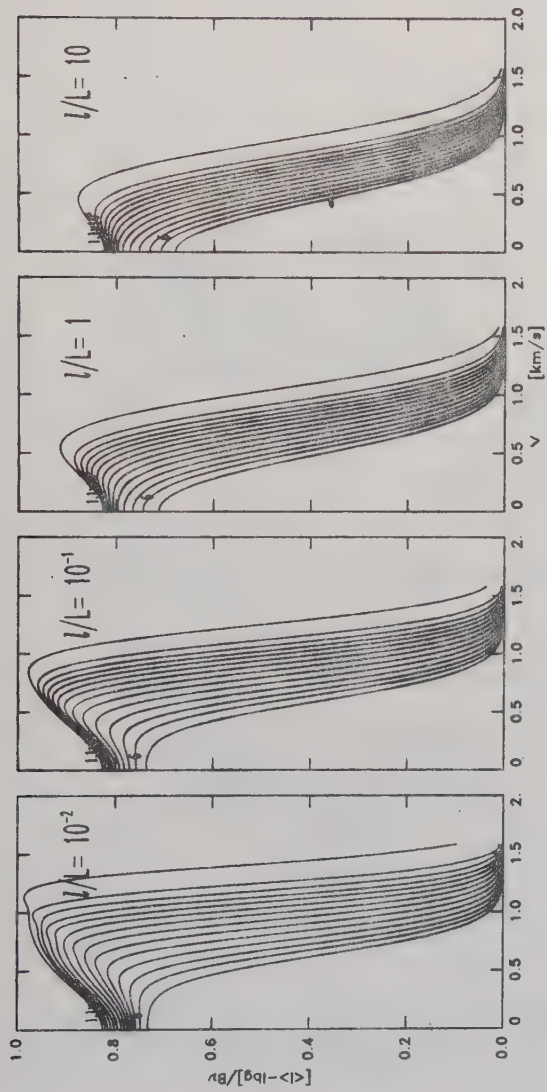
NLTE 6-Level System



Line J=2-3
Model Parameter
 $n_{H_2} = 10^3 \text{ cm}^{-3}$
 $n_{CO}/n_{H_2} = 10^{-5}$
 $T_{kin} = 50 \text{ Kelvin}$
 $\sigma/v_{TH} = 1$
 $N_{CO}^{max} = 10^{21} \text{ cm}^{-2}$

$\sigma/v_{TH} = 3$
 $N_{CO}^{max} = 10^{21} \text{ cm}^{-2}$

Abb. 4.17a-h



Line J=2-3
Model Parameter
 $n_{H_2} = 10^4 \text{ cm}^{-3}$
 $n_{CO}/n_{H_2} = 10^{-5}$
 $T_{rot} = 50 \text{ Kelvin}$
 $\sigma/v_{TH} = 1$
 $N_{CO}^{max} = 10^{21} \text{ cm}^{-2}$

$\sigma/v_{TH} = 3$
 $N_{CO}^{max} = 10^{21} \text{ cm}^{-2}$

Abb. 4.18a-h

Curves of Growth

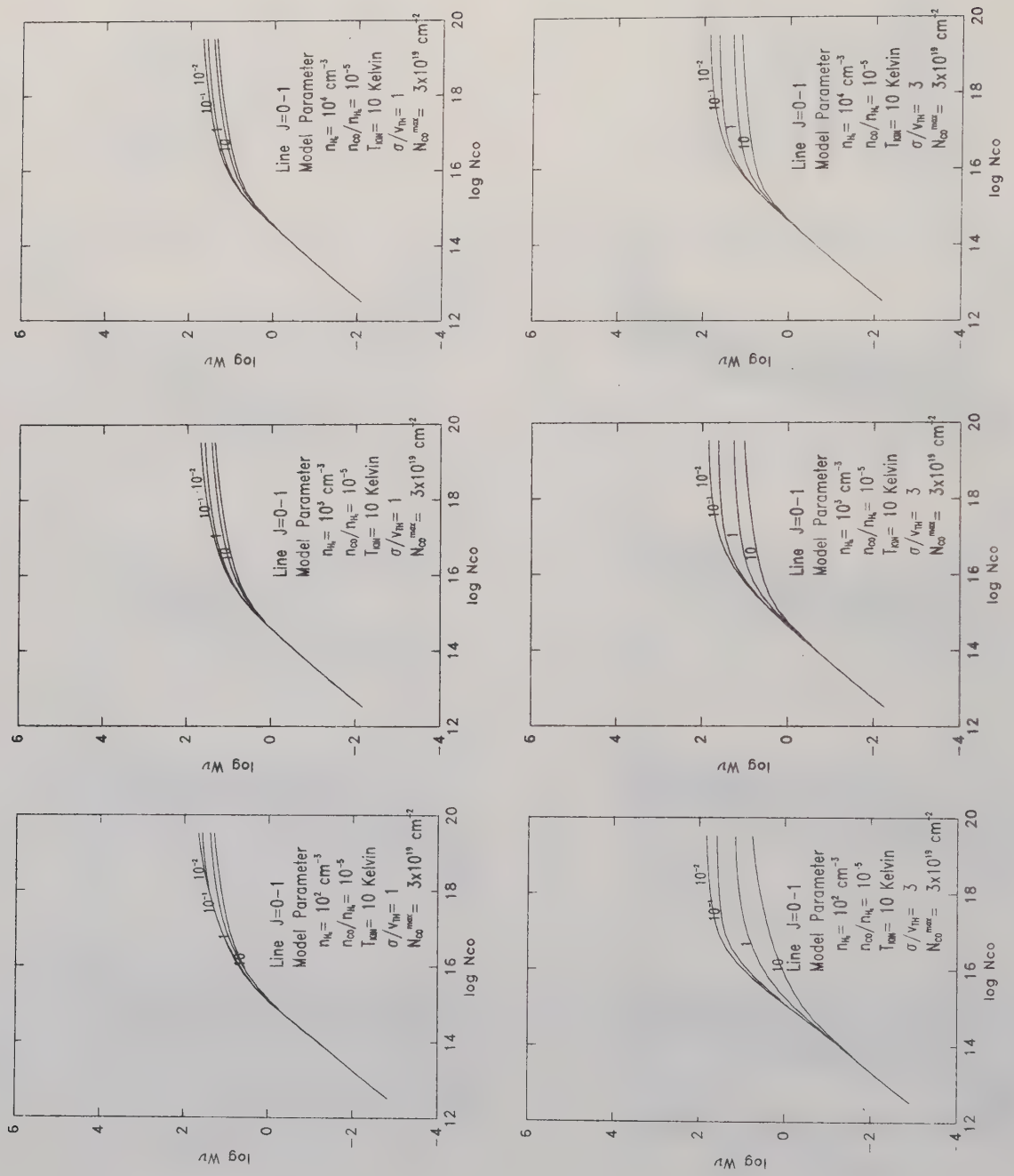


Abb. 4.19a-f

Curves of Growth

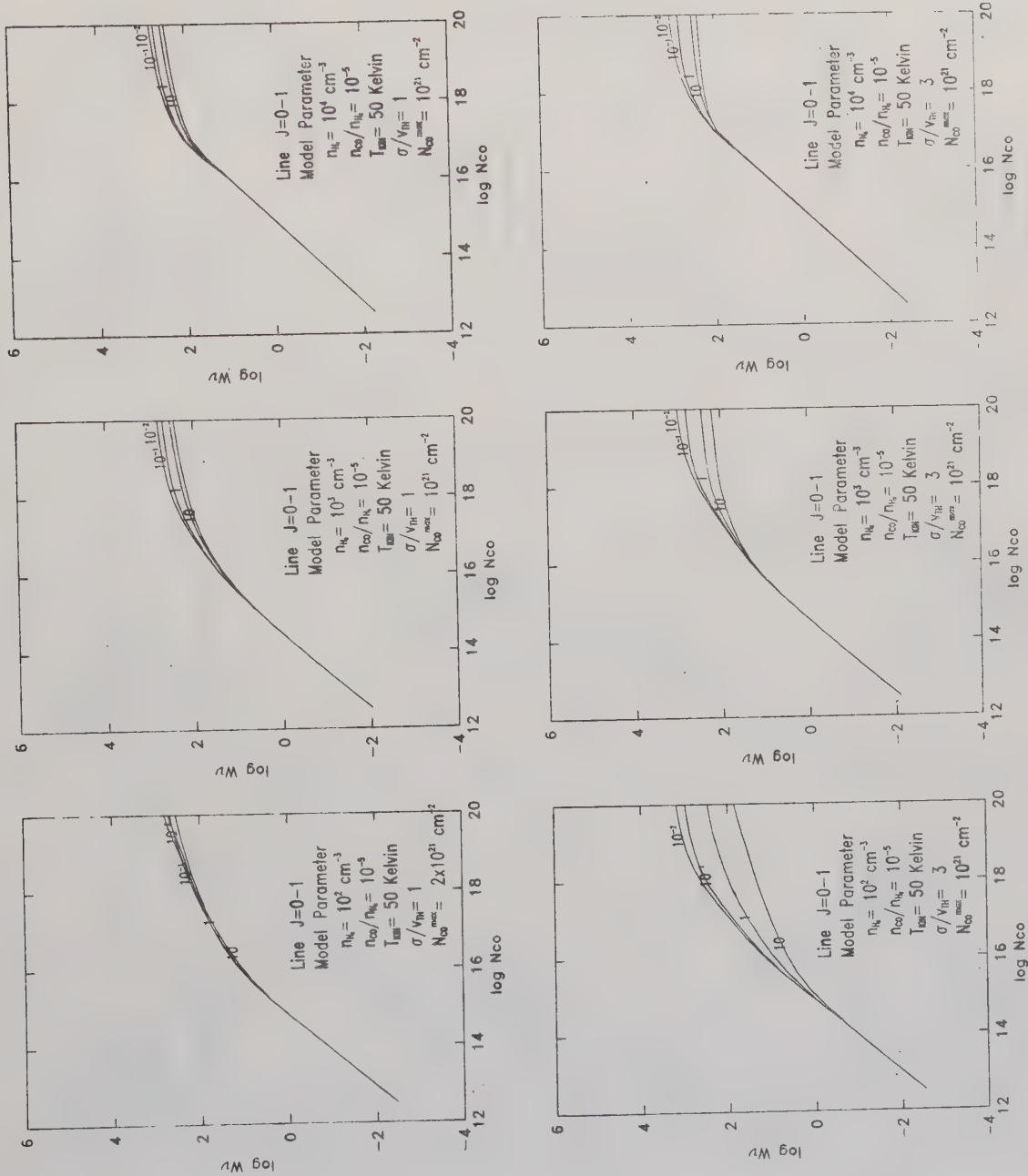


Abb. 4.20a-f

Line Halfwidths

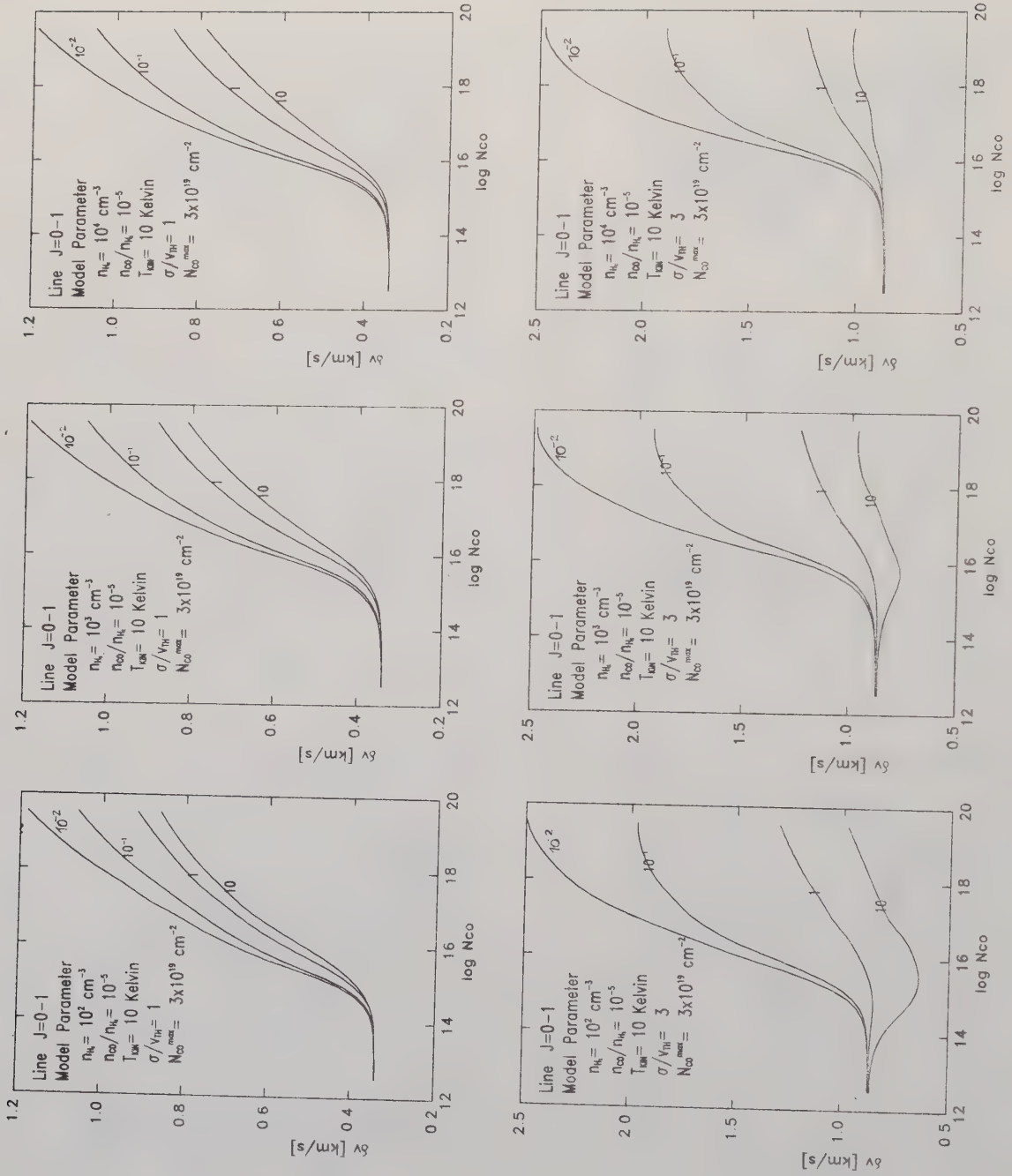


Abb. 4.21a-f

Line Halfwidths

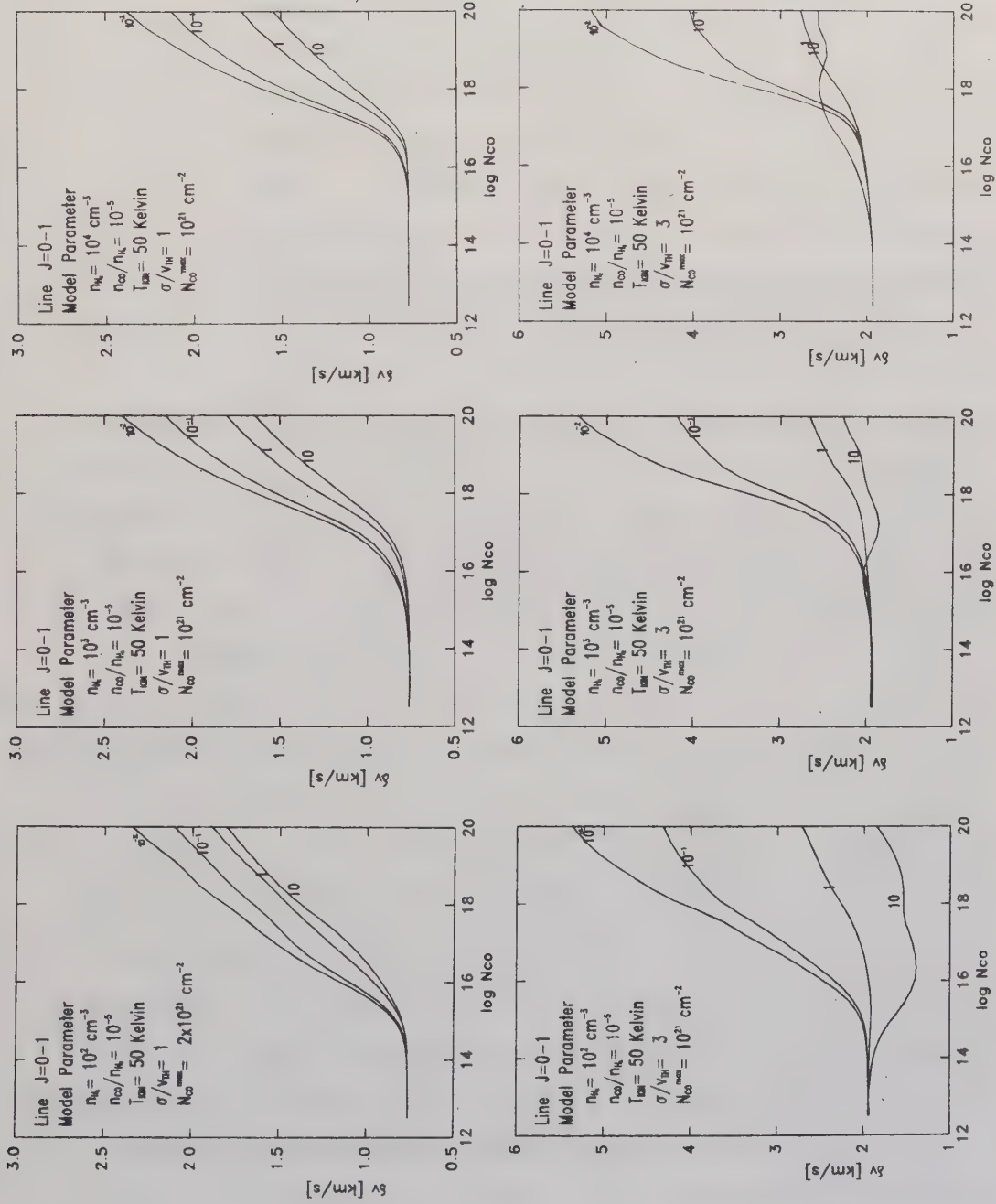


Abb. 4.22a-f

5. INTERPRETATION VON BEOBACHTUNGEN UND SCHLUSSFOLGERUNGEN

Eine detaillierte Analyse des Beobachtungsmaterials verlangt von der Theorie die Aufgabe vereinfachender Annahmen, insbesondere solcher bezüglich der Geometrie und der physikalischen Struktur von Molekülwolken. Mit wachsender Modellkomplexität wächst auch die Anzahl der Eingabeparameter, so dass es immer schwieriger wird, die Beobachtungen mit einem *eindeutigen* Parametersatz wiederzugeben. Die bisher umfangreichste Arbeit in dieser Hinsicht wurde von Stehnholm et al. [STE80a,b,c, SHM81] gemacht. Hier wurde versucht, ein relativ grosses Ensemble von Molekülwolken nach ihrer *physikalischen Struktur* zu klassifizieren, um die verschiedenen Untergruppen anschliessend durch gemittelte Standardmodelle zu beschreiben. Die Ergebnisse lassen sich wie folgt zusammenfassen. Molekülwolken werden grob in zwei Gruppen unterteilt, welche in folgender Weise charakterisiert werden [STE80a] (siehe Abb. 5.1):

Typ I) Homogene Gruppe mit nur geringen Anzeichen für Sternentstehung.

Die CO-Emission erreicht typischerweise geringe maximale Strahlungstemperaturen ($\max T_B < 10 \text{ K}$), und zwar ist diese für die ersten zwei Übergänge ($J = 0-1, 1-2$) von derselben Grössenordnung. Die Linienhalbwertsbreiten sind vergleichsweise schmal ($\delta v \sim 1.5 \text{ km/s}$), wenn auch deutlich überthermisch ($v_{th}(T = 10 \text{ K}) \approx 0.1 \text{ km/s}$). Die Form der Linienprofile entspricht entweder in etwa einer Gauss-Kurve oder zeigt ein breites Maximum. Die Beobachtungen des zweiten Übergangs ($J = 1-2$) sind durchweg unsicherer. Die Gebiete mit CO-Emission sind typischerweise über einige 10^{18} cm^3 (1 pc) ausgedehnt. Als zusätzlicher Beobachtungsparameter tritt die Linienhalbwertsbreite in der Wolkenmitte als Funktion der Ausdehnung des Emissionsgebietes auf.

Typ II) Diese Gruppe ist weitaus inhomogener und ist durch HII Regionen und Infrarot-Quellen, die mit den Wolken verbunden sind, charakterisiert. Die maximalen Strahlungstemperaturen sind hier eine deutliche Funktion des Abstands zur Wolkenmitte und erreichen dort etwa 40 K für beide Linien ($J = 0-1, 1-2$). Die Linienprofile zeigen teils Asymmetrien, teils Einsenkungen in der Linienmitte, zum Teil beides. Das Verhalten der Linienhalbwertsbreiten mit dem Abstand zur Wolkenmitte deutet auf zwei Untergruppen hin: Gruppe IIa schliesst solche Wolken ein, bei denen das Maximum der molekularen Emission räumlich nicht mit dem Gebiet übereinstimmt,

in dem man die IR-Quellen und eventuell interstellare Maser (OH, H₂O) beobachtet. Dagegen haben Wolken in der Gruppe IIb eine Struktur, bei der sowohl die molekulare wie die IR-Emission zum Zentrum hin zunimmt. Die Halbwertsbreiten können bis zu 10 km/s erreichen; die Wolkenausdehnung beträgt einige Parsec.

In Abbildung 5.1 reproduzieren wir einige Abbildungen von [STE80a], welche die Beobachtungseigenschaften der beiden Gruppen *im Mittel* wiedergeben. Die Genauigkeit der Beobachtungen ist ein wesentliches Problem: Der Unterschied zwischen mehreren Beobachtungen ein und desselben Objektes ist oft grösser als das angegebene Signal-zu-Rauschen-Verhältnis; die absolute Intensität variiert stark. Aus diesem Grund ist es sinnvoll, zunächst dem Ansatz von Stenholm zu folgen und unsere Ergebnisse mit gemittelten Wolkenbeobachtungen zu vergleichen, um uns später speziellen Aspekten zu widmen. Wir verfolgen hierbei nicht die Absicht, eine quantitative Analyse zu machen - dazu ist die Annahme einer homogenen, planparallelen Schicht als Wolkenmodell zu einfach -, sondern es geht uns vielmehr darum zu zeigen, inwieweit NLTE-Turbulenzeffekte in einer solchen Analyse berücksichtigt werden müssen. Eine quantitative Interpretation würde bei den Rechenkapazitäten, die uns zur Verfügung stehen, eine nicht vertretbare Rechenzeit in Anspruch nehmen; nicht zuletzt wegen der Notwendigkeit, komplexere Modelle zu berücksichtigen.

5.1 WOLKENTYP I: DUNKLE WOLKEN

Interpretiert man die Linienbreiten als Folge von stochastischer Bewegung, so sind sie ein Hinweis auf relativ hohe Turbulenzgeschwindigkeiten. Die Tatsache, dass beide Übergänge ($J = 0-1, 1-2$) vergleichbare Strahlungstemperaturen aufweisen - und das sogar bei dem 40 bis 90 mal selteneren Isotop ^{13}CO - kann nur mit grösseren optischen Dicken in der Linienmitte ($\tau_0 \geq 4$) für beide ^{13}CO -Linien erklärt werden, was in Übereinstimmung mit den Ergebnissen von Stenholm [STE80b] steht. Bei einer Abschätzung der Wasserstoffdichte muss man berücksichtigen, dass die Linien keine Einsenkung in der Mitte des Profils zeigen. Sind nun die Profile der Linien ^{12}CO ($J = 0-1, 1-2$) gesättigt, so ist das ein Hinweis auf höhere n_{H_2} -Dichten ($>10^4 \text{cm}^{-3}$) und kleine Korrelationslängen (siehe Abb. 4.3f, 4.9f). Haben sie dagegen eine Gauss'sche Form, so müssen sie in Gebieten entstehen, wo grössere Korrelationslängen das Geschwindigkeitsfeld bestimmen, und die Wasserstoffdichte kann um einige Grössenordnungen kleiner sein (siehe Abb. 4.2g, 4.3g, 4.8g, 4.9g). Die Bestimmung der kinetischen Temperatur ist für den Fall gesättigter Profile einfach: Sie ist an den thermalisierten Linien abzulesen. Für den Fall makroturbulenter Profile ist dies nur mit Kenntnis der Korrelationslänge möglich. Als Entscheidungshilfe können die Linienhalbwertsbreiten bei gegebenem Wolkendurchmesser herangezogen werden, da sie, besonders bei grossen Turbulenzgeschwindigkeiten eine starke funktionale Abhängigkeit von Säulendichte und Korrelationslänge (jedoch nicht von n_{H_2}) zeigen.

Aus diesen Feststellungen folgert man, dass bei Vorliegen makroturbulenter Profile eine Abschätzung der kinetischen Temperatur aus der Zentralintensität (Annahme von LTE) einen Fehler um bis zu 50 Prozent beinhalten kann (siehe Abb. 4.1h und 4.7h). Andererseits führt bei gesättigten Profilen eine LTE-Analyse, die *keine* mikro-mesoturbulente Verbreiterung berücksichtigt, zu einer falschen Abschätzung der Säulendichte.

5.2 WOLKENTYP II: WOLKEN MIT STERNENTSTEHUNG

Asymmetrische Linienprofile zeugen - solange keine anisotrope Turbulenz vorhanden ist - von systematischer Bewegung in der Wolke und können, abhängig von der Form, den Kollaps oder eine Expansion der Wolke aufzeigen. Die Linienbreiten können von einem systematischen, einem stochastischen oder von einem aus beiden Komponenten bestehenden Geschwindigkeitsfeld stammen. Stenholm und Stenholm et al. [STE80c, SHM81] stellten fest, dass die Abhängigkeit der Linienbreiten von der Ausdehnung des Linienemissionsgebietes nicht allein durch systematische Bewegung erklärt werden kann (siehe auch [DEF77]). Sie schlagen daher ein Modell mit systematischer und stochastischer Bewegung (Mikroturbulenz) vor (siehe auch [LEB77, LUC76, KWA78]).

Da wir in unseren Modellrechnungen weder systematische Bewegung noch Anisotropien in der Turbulenz berücksichtigt haben, können wir kein Gesamtbild für diesen Wolkentyp allein auf der Grundlage unserer Ergebnisse formulieren. Wir können dennoch folgende Bemerkung machen:

- a) Die funktionale Abhängigkeit zwischen Linienhalbwertsbreiten in der Wolkenmitte und Wolkendurchmesser entspricht unseren Ergebnissen für Geschwindigkeitsfelder mit grossen Turbulenzgeschwindigkeiten und nicht zu grossen Korrelationslängen. (Vgl. Abb. 5.1 "Fig. 4" und Abb. 22d-f).
- b) Das Auftreten von Selbstabsorption in der Linienmitte kann sowohl als ein NLTE-optischer-Dicken-Effekt, wie wir es in Abschnitt 4.2 beschrieben haben, als auch als Folge eines Temperaturgradienten in der Wolke (aussern kälter als innen) interpretiert werden. Hierbei muss jedoch folgendes berücksichtigt werden. Sind *beide* Linien des Isotops ^{13}CO ($J = 0-1$ und $J = 1-2$) optisch dünn, so erwartet man für beide Linien unterschiedliche Strahlungstemperaturen und *keine* Einsenkung in der Linienmitte; sind sie optisch dick, so müssen sie diese aufzeigen. Falls die Linien ^{12}CO ($J = 0-1$ und $J = 1-2$) Selbstabsorption als Folge eines optischen Dicken-Effektes zeigen, so weisen die Linienprofile auf nicht zu grosse Korrelationslängen hin, was in Übereinstimmung mit a) wäre.

Die Beobachtungen von Einsenkungen in der Mitte der CO-Linien führte in den letzten Jahren zu einer ganzen Reihe von Veröffentlichungen. Man stellt fest, dass die Unsicherheiten in den Beobachtungen teilweise zu gross sind, um detaillierte Analysen durchzuführen. Dies zeigt sich am deutlichsten am Beispiel des Reflexionsnebels NGC 2071. Hier zeigen die Messungen von White und Phillips [WHP81] eine Einsenkung bei der Linie ^{12}CO ($J = 0-1$), aber keine bei der entsprechenden Linie von ^{13}CO . Loren et al. [LOR81] berichten, dass auch die Linie

$^{13}\text{CO}(J = 1-2)$ keine Einsenkung zeige. Die hierbei gemessenen Strahlungstemperaturen sind aber für beide Linien $^{13}\text{CO}(J = 0-1, 1-2)$ vergleichbar hoch, was auf merkliche optische Dicken hinweist. Schliesslich hat Lichten [LICH82] doch noch Einsenkungen in den Profilen des Übergangs $^{13}\text{CO}(J = 1-2)$ beobachtet. Er weist darauf hin, dass, wenn das Gebiet mit Selbstabsorption räumlich klein ist, die Messungen sehr stark von der benutzten Antennenkeule abhängen können. Die Keulenbreiten bei den verschiedenen Autoren waren:

WHP81	:	2'06"
LOR81	:	72"
LICH82	:	29".

5.3 $^{12}\text{I}/^{13}\text{I}$ ALS FUNKTION DER KORRELATIONS-LÄNGE

Da die Linien des ^{12}CO -Isotops in der Regel sehr grosse optische Dicken aufweisen, kommt der Messung des selteneren Isotops ^{13}CO eine besondere Bedeutung zu. Genauer gesagt, schliesst man üblicherweise aus dem Verhältnis der Intensitäten $^{12}\text{I}/^{13}\text{I}$ für denselben Übergang (z.B. $J = 0-1$) auf die Säulendichte. Im Rahmen der von uns gewählten Darstellung unserer Ergebnisse (Variation von N_{CO} bei festgehaltenem ℓ/L) lässt sich dieses Intensitätsverhältnis auf eine einfache Art und Weise untersuchen. Wie bereits in Abschnitt 4.1b erwähnt, entspricht jeder Punkt entlang der Wachstumskurven (Abb. 4.19 und 4.20) der Äquivalentbreite des aus einer Wolke mit der Säulendichte N_{CO} austretenden Profils. Das heisst, dass sich die Äquivalentbreiten der Linien $^{12}\text{CO}(J = 0-1)$ und $^{13}\text{CO}(J = 0-1)$ auf derselben Wachstumskurve befinden (2 Punkte mit verschiedener Säulendichte). Hier sieht

man deutlich, dass das Verhältnis $^{12}\text{I}/^{13}\text{I}$ eine starke Funktion der Korrelationslänge ist, insbesondere in dem oft angenommenen Fall, dass die Linie $^{12}\text{CO}(J = 0-1)$ optisch dick ist (flacher Teil der Wachstumskurven), während die Linie $^{13}\text{CO}(J = 0-1)$ optisch dünn ist (linearer Teil).

Bei hinreichend hohen Wasserstoffdichten kann man die Auswertung der Beobachtungen in der Annahme von LTE durchführen. Köppen und Kegel [KÖP80] zeigten, dass diese Annahme nur bei $n_{\text{H}_2} \gtrsim 10^4 \text{ cm}^{-3}$ und $\tau(^{12}\text{CO}) > 1$ gerechtfertigt ist. In diesem Fall unterscheiden sich unsere Rechnungen von denen anderer Autoren nur noch in der endlichen Korrelationslänge.

Wir haben in Abbildung 5.2 einige unter diesen Bedingungen berechnete Linienprofile dargestellt, um diese funktionale Abhängigkeit zu verdeutlichen. Die hohe Wasserstoffdichte sorgt dafür, dass die Besetzungszahlen thermalisiert sind.

5.4 SCHLUSSFOLGERUNGEN

Unsere Rechnungen haben gezeigt, dass die Berücksichtigung des Einflusses einer endlichen Korrelationslänge auf die Linienbildung für eine quantitative Analyse interstellarer Moleküllinien genauso wichtig ist wie die Berücksichtigung von NLTE-Effekten. Insbesondere beim Vergleich verschiedener Linien kann auf Grund der unterschiedlichen Grösse der mittleren freien Weglänge für die Photonen der Fall auftreten, dass für die eine Linie die Bedingungen der mikroturbulenten Näherung entsprechen, während für die andere Linie die Näherung der Makroturbulenz adäquater ist. Dieser Effekt ist von besonderer Bedeutung für

für die Interpretation der Intensitätsverhältnisse von ^{12}CO - mit ^{13}CO -Linien. Da bisher diese Effekte nicht berücksichtigt wurden, müssen die für die einzelnen Wolken aus Beobachtungen abgeleiteten Zahlenwerte für die physikalischen Parameter T_{kin} , n_{H_2} , N_{CO} mit Vorsicht behandelt werden.

Abb. 5.1:

Aus L.G. Stenholm, Astron. Astrophys. Suppl. Ser.,
1980, 42, 23 ([STE80a]).

Abb. 5.2a-f:

Funktionale Abhängigkeit des Verhältnisses $^{12}\text{I}/^{13}\text{I}$
von der Korrelationslänge für den Übergang $J = 0-1$
und $n_{\text{H}_2} = 10^5 \text{ cm}^{-3}$, $T_{\text{kin}} = 50 \text{ K}$, $\sigma = 3v_{\text{th}}$ und
 $n_{\text{CO}}/n_{\text{H}_2} = 10^{-5}$. In jedem Diagramm wurden
zu dem Linienprofil $^{12}\text{CO}(J=0-1)$ zwei Linienprofile
für $^{13}\text{CO}(J=0-1)$ entsprechend den angegebenen Dichte-
verhältnissen von ^{12}C zu ^{13}C dargestellt. Die
oberen drei Abbildungen (a-c) zeigen die Variation
mit ℓ für $N_{^{12}\text{CO}} = 4.4 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-2}$, die unteren drei
für $N_{^{12}\text{CO}} = 2.6 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-2}$.

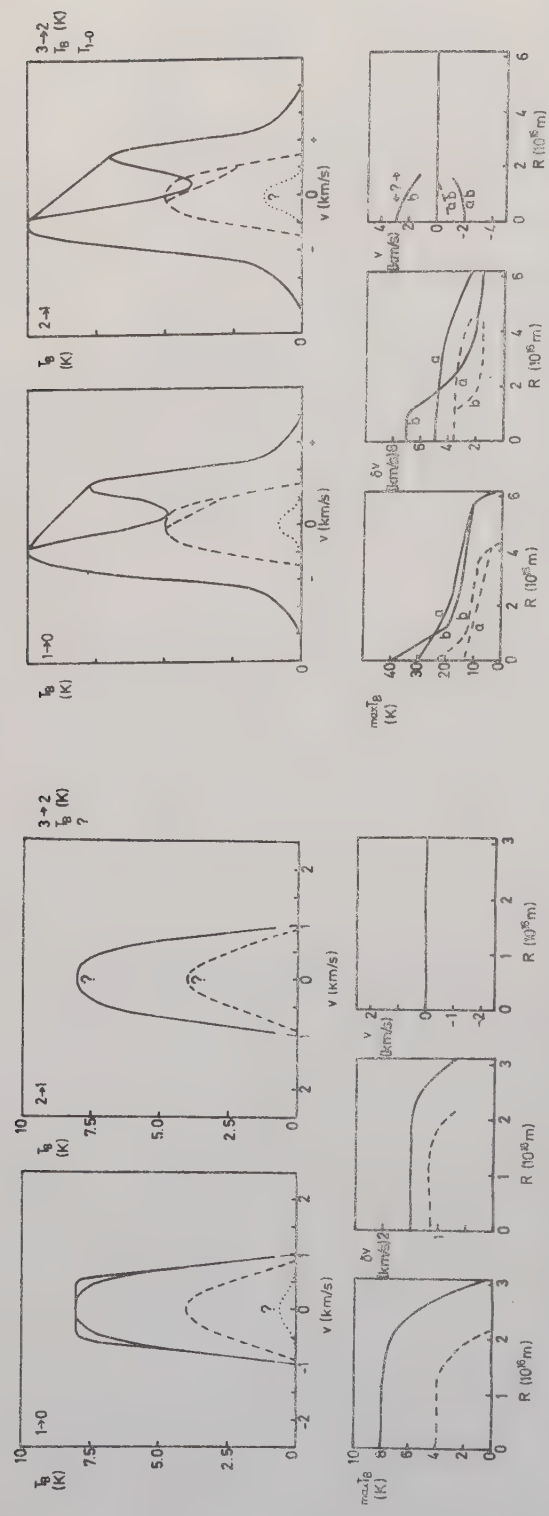


FIGURE 1. — Observational characteristics (line maps) of type I clouds (clouds without star formation). — is CO, — — — is ^{13}CO and ... is C^{18}O ; question marks indicate large uncertainties. The figure gives the line profiles for the $J = 1-0$, $J = 2-1$ rotational lines for the ray through the cloud centre. The lower parts give the radial variation of maximal I_B in the line, the line width v and the positions of maxima in the line profile.

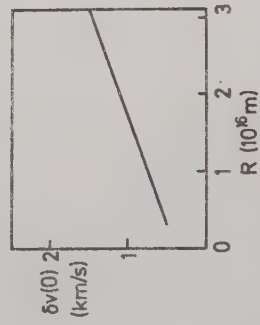


FIGURE 2. — Line widths for lines of the central ray as a function of the spatial extent of the line type I clouds.

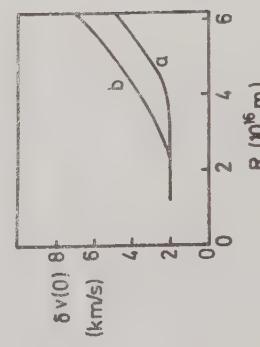


FIGURE 4. — Same as figure 2 but for type II.

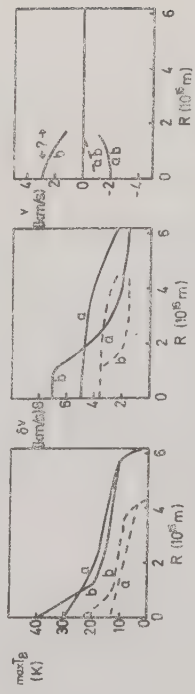
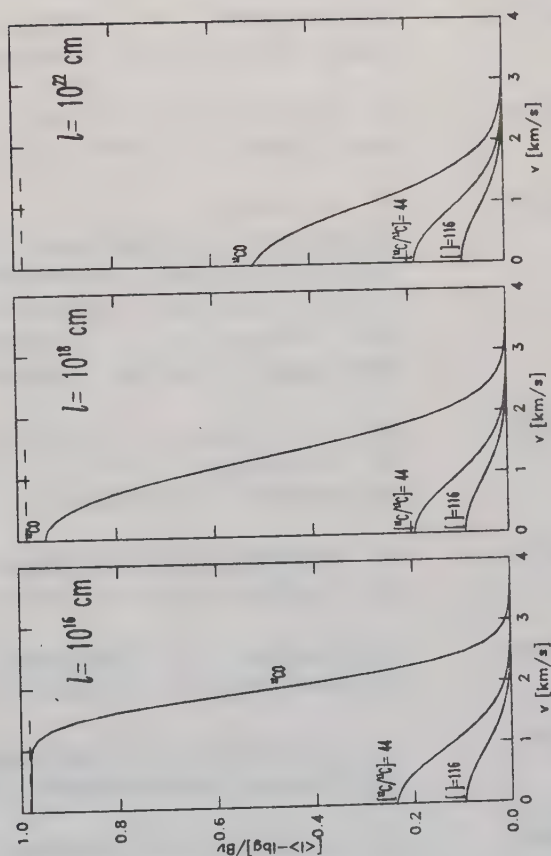
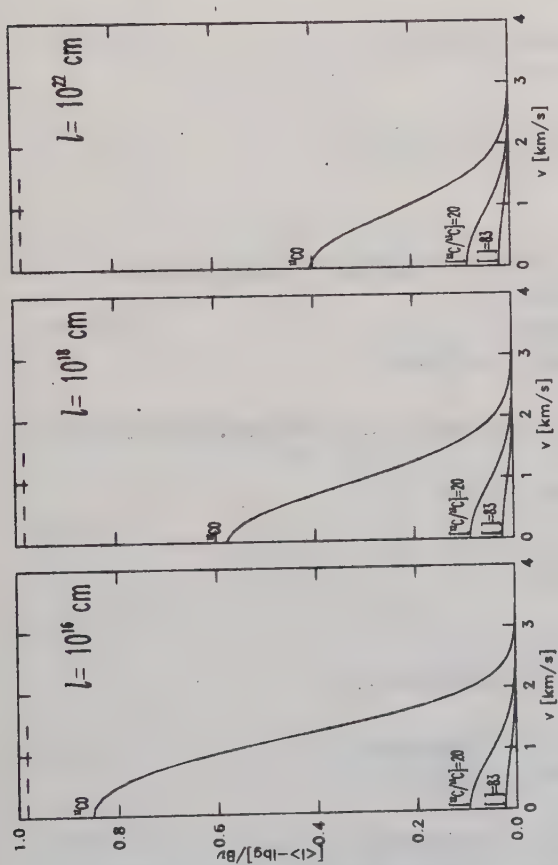


FIGURE 3. — Same as figure 1 but for type II clouds; a and b indicates two subgroups. The profiles are independent of a and b.



Line J=0-1
Model Parameter
 $n_{H_2} = 10^5 \text{ cm}^{-3}$
 $n_{CO}/n_{H_2} = 10^{-5}$
 $T_{\text{kin}} = 50 \text{ Kelvin}$
 $\sigma/v_{\text{TH}} = 3$
 $N_{CO} = 4.4 \times 10^{17} \text{ cm}^{-2}$

$N_{CO} = 2.6 \times 10^{18} \text{ cm}^{-2}$

Abb. 5.2a-f

LITERATURVERZEICHNIS

- [ALB83] M.A. Albrecht,
Astronom. Astrophys., 127,409,1983.
- [ABR64] M. Abramowitz, I. Stegun,
Handbook of Mathematical Functions,
Dover Publications, New York, 1964.
- [CHA84] S. Chandra, W.H. Kegel, D.A. Varshalovich,
M.A. Albrecht,
Astronom. Astrophys., 140,295,1984.
- [DEF77] S. Deguchi, Y. Fukui,
Pub. Astr. Soc. Jap., 29,683,1977.
- [FRI76] H. Frisch, U. Frisch,
Mon. Not. R. astr. Soc., 175,157,1976.
- [GAI79] H.-P. Gail,
Stochastic Approach in
Lecture Notes in Physics 114: *Stellar Turbulence*,
Proc. London (Canada) 1979,
D.F. Gray, J.L. Linsky (Eds.),
Springer Verlag, Heidelberg, 1979.
- [GEA74] H.-P. Gail, E. Hundt, W.H. Kegel, J. Schmidt-Burgk,
G. Traving,
Astronom. Astrophys., 32,65,1974.
- [GOK74] P. Goldreich, J. Kwan,
Astrophys. J., 189,441,1974.
- [GRE78] S. Green, S. Chapman,
Astrophys. J. Supp. Ser., 37,169,1978.
- [GST75] H.-P. Gail, E. Sedlmayr, G. Traving,
Astronom. Astrophys., 44,421,1975.
- [GST80] H.-P. Gail, E. Sedlmayr, G. Traving,
J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer, 23,267,1980.
- [HZB50] G. Herzberg,
Molecular Spectra and Molecular Structure I:
Spectra of Diatomic Molecules,
D. van Nostrand, Princeton, New Jersey, 1950.

- [KEG75] W.H. Kegel,
*Cosmic Masers in
Problems in Stellar Atmospheres and Envelopes*,
B. Baschek, W.H. Kegel, G. Traving (Eds.),
Springer Verlag, Heidelberg, 1975.
- [KÖP80] J. Köppen, W.H. Kegel,
Astronom. Astrophys. Supp. Ser., 42, 59, 1980.
- [KWA78] J. Kwan,
Astrophys. J., 223, 147, 1978.
- [LAR81] R.B. Larson,
Mon. Not. R. astr. Soc., 194, 809, 1981.
- [LEB77] C.M. Leung, R.L. Brown,
Astrophys. J., 214, L73, 1977.
- [LEL76] C.M. Leung, H.S. Liszt,
Astrophys. J., 208, 732, 1976.
- [LEU78] C.M. Leung,
Astrophys. J., 225, 427, 1978.
- [LICH82] S.M. Lichten,
Astrophys. J., 253, 593, 1982.
- [LOK74] F.J. Lovas, P.H. Krupenie,
J. Phys. Chem. Ref. Data, Vol. 3, No. 1, 1974.
- [LOR81] R.B. Loren, R.L. Planbeck, J.H. Davis, R.L. Snell,
Astrophys. J., 245, 495, 1981.
- [LUC76] R. Lucas,
Astronom. Astrophys., 46, 473, 1976.
- [MIH78] D. Mihalas,
Stellar Atmospheres,
W.H. Freeman, San Francisco, 1978.
- [PFP86] M. Perault, E. Falgarone, J.L. Puget,
Astronom. Astrophys., 157, 139, 1986.
- [SHM81] L.G. Stenholm, T.W. Hartquist, G.E. Morfill,
Astrophys. J., 249, 152, 1981.
- [SCA84] J.M. Scalo,
Astrophys. J., 277, 556, 1984.
- [STE80a] L.G. Stenholm,
Astronom. Astrophys. Supp. Ser., 42, 23, 1980.

- [STE80b] L.G. Stenholm,
Astronom. Astrophys., 89, 264, 1980.
- [STE80c] L.G. Stenholm,
Astronom. Astrophys., 92, 142, 1980.
- [STE84] L.G. Stenholm,
Astronom. Astrophys., 137, 133, 1984.
- [TRA75] G. Traving,
*Line Formation in Turbulent Media in
Problems in Stellar Atmospheres and Envelopes*,
B. Baschek, W.H. Kegel, G. Traving (Eds.),
Springer Verlag, Heidelberg, 1979
- [TRA79] G. Traving,
*Mesoturbulence in
Lecture Notes in Physics 114: Stellar Turbulence*,
Proc. London(Canada) 1979,
D. F. Gray, J. L. Linsky (Eds.),
Springer Verlag, Heidelberg, 1979
- [TSW55] C.H. Townes, A.L. Schawlow,
Microwave Spectroscopy,
McGraw-Hill, London, 1955.
- [UNS55] A. Unsöld,
Physik der Sternatmosphären,
Springer Verlag, 1955.
- [VAK77] D.A. Varshalovich, V.K. Khersonsky,
Astrophys. Letters, 18, 167, 1977.
- [VEK81] V. Vemuri, W.J. Karplus,
*Digital Computer Treatment of Partial Differential
Equations*,
Prentice Hall, New Jersey, 1981.
- [WHP81] G.J. White, J.P. Phillips,
Mon. Not. R. astr. Soc., 194, 947, 1981.
- [WUH54] M.C. Wang, G.E. Uhlenbeck,
*On the Theory of the Brownian Motion II in
Selected Papers on Noise and Stochastic Processes*,
N. Wax (Ed.),
Dover Publications, New York, 1954.

DANKSAGUNG

Meinem Doktorvater Herrn Professor Dr. W.H. Kegel möchte ich ganz besonders herzlich für die stete Gesprächsbereitschaft sowie für die Themenstellung danken.

Herrn Professor Dr. E. Sedlmayr und Herrn Dr. H.P. Gail sage ich Dank für wertvolle Hinweise und Diskussionen.

Frau A. Tüpker möchte ich für ihre unentbehrliche Hilfe bei der Fertigstellung des Manuskripts herzlich danken.

Mein Dank gilt ferner allen Mitarbeitern des Instituts für die langjährige freundschaftliche Zusammenarbeit.

Herrn P. Holzmann danke ich für den Druck der Arbeit.

Die Computerberechnungen wurden auf der Anlage des Hochschulrechenzentrums, einer Sperry 1100/91 durchgeführt.

LEBENS LAUF

Miguel Antonio Albrecht, geboren am 24. Januar 1956 in Santiago de Chile, Chile.

- 1961-1974 Grund- und Mittelschule (Educacion basica y secundaria) am *Liceo Experimental Manuel de Salas* in Santiago de Chile. Abschluss: *Licencia de Educacion Media*, entspricht dem deutschen Abitur.
- 1974 Aufnahme des Physikstudiums an der Universidad de Chile in Santiago.
- Februar 1975 Ausreise nach Israel.
- August 1975 Übersiedlung in die Bundesrepublik Deutschland (Frankfurt am Main).
- 1975-1977 Studium der deutschen Sprache.
- SS1977-WS1981/82 Studium der Physik an der J.W.Goethe Universität in Frankfurt am Main.
22. April 1982 Diplom in Physik.
Diplomarbeit am Institut für Theoretische Physik der Universität Frankfurt bei Herrn Prof.Dr. W.H. Kegel über das Thema *Strahlungstransporteffekte bei Bildung interstellarer $^{12}\text{C}^{32}\text{S}$ -Linien*
1. Mai 1982 Beginn der Dissertation am selbigen Institut bei Herrn Prof.Dr. W.H. Kegel über das Thema *Die Bildung von interstellaren Moleküllinien in turbulenten Wolken bei Abweichungen vom LTE.*
- 1982-Mai 1983 Freiberufliche Tätigkeit als Systemprogrammierer.

Staatsangehörigkeiten : deutsch und chilenisch.

